

1 ALGEBRA

Uvedieme iba niektoré definície, resp. vlastnosti.

Množiny a operácie s nimi. Úprava algebrických výrazov.

- Absolútna hodnota čísla $a \in R$ je číslo $|a|$ definované takto:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{pre } a \geq 0, \\ -a & \text{pre } a < 0. \end{cases}$$

- Nech $a, b \in R$, potom:

$$1) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \text{ pre } b \neq 0, \quad 2) |a| - |b| \leq |a - b| \leq |a| + |b|.$$

- Ak $n \in N$, tak pre $a \neq 0$ je:

$$1) a^0 = 1, \quad 2) a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

- Pre $a \in R$ a nezáporné číslo $n \in N$ definujeme n -tú odmocninu z čísla a ako nezáporné číslo x , pre ktoré platí $x^n = a$ (zapisujeme $x = \sqrt[n]{a}$).

➤ V prípade, že n je nepárne a číslo $a < 0$, tak rovnica $x^n = a$ má v R jedno riešenie $x = -\sqrt[n]{|a|}$.

➤ V prípade, že n je párne a číslo $a < 0$, tak rovnica $x^n = a$ nemá v R riešenie.

- Nech r, s sú ľubovoľné reálne čísla. Potom platí:

$$1) a^r \cdot a^s = a^{r+s}, \quad 2) (a^r)^s = a^{r \cdot s}, \quad 3) a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r,$$

$$4) \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}, \quad a \neq 0 \quad 5) \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b} \right)^r, \quad b \neq 0.$$

- Pre $a, b \in R$ platí:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b),$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2),$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2,$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3.$$

Lineárne a kvadratické rovnice. Nerovnice.

- *Algebrickou rovnicou* s jednou neznámou x rozumieme rovnicu tvaru $f(x) = g(x)$, kde f, g sú polynómy jednej premennej x .
- *Koreňom (riešením)* rovnice $f(x) = g(x)$ je každé číslo a , pre ktoré platí $f(a) = g(a)$.
- Pod *riešením rovnice* rozumieme tiež postup, ktorým hľadáme koreň rovnice.
- Rovnica $ax + b = 0$, kde a, b sú reálne čísla a $a \neq 0$, x je neznáma, sa nazýva **lineárna rovnica**. Táto rovnica má v R jediné riešenie $x = -\frac{b}{a}$.

- Rovnica $ax^2 + bx + c = 0$, kde a, b, c sú reálne čísla a $a \neq 0$, x je neznáma, sa nazýva **kvadratická rovnica**. Výraz $D = b^2 - 4ac$ nazývame **diskriminant** kvadratickej rovnice. Ak x_1, x_2 sú korene kvadratickej rovnice, tak pre:

- $D > 0$ má kvadratická rovnica dva reálne rôzne korene

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- $D = 0$ má kvadratická rovnica dvojnásobný koreň $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$.

- $D < 0$ má kvadratická rovnica dva korene v množine komplexných čísel, ktoré sú určené vzorcom

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-D}}{2a}, \text{ kde } i \text{ je imaginárna jednotka } (i = \sqrt{-1}).$$

- Ak x_1, x_2 sú korene kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$, tak $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Ak x_1, x_2 sú korene kvadratickej rovnice $x^2 + px + q = 0$, tak $x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$, pričom $x_1 + x_2 = -p$ a $x_1 x_2 = q$.
- Množinou riešení nerovnice je množina všetkých hodnôt neznámej, ktoré spĺňajú danú nerovnicu.