

# ALGEBRA

Uvedieme iba niektoré definície, resp. vlastnosti.

Množiny a operácie s nimi. Úprava algebrických výrazov.

- Absolútna hodnota čísla  $a \in R$  je číslo  $|a|$  definované takto:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{pre } a \geq 0, \\ -a & \text{pre } a < 0. \end{cases}$$

- Nech  $a, b \in R$ , potom:

$$1) \frac{|a|}{|b|} = \frac{|a|}{|b|} \text{ pre } b \neq 0, \quad 2) |a| - |b| \leq |a - b| \leq |a| + |b|.$$

- Ak  $n \in N$ , tak pre  $a \neq 0$  je: 1)  $a^0 = 1$ , 2)  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .
- Pre  $a \in R$  a nezáporné číslo  $n \in N$  definujeme  $n$ -tú odmocninu z čísla  $a$  ako nezáporné číslo  $x$ , pre ktoré platí  $x^n = a$  (zapisuje sa  $x = \sqrt[n]{a}$ ).

$$\sqrt[n]{a} = \begin{cases} \text{neexistuje v } R & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ -\sqrt[n]{|a|} & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$$

- Nech  $r, s$  sú ľubovoľné reálne čísla. Potom platí: 1)  $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ , 2)  $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$ ,

$$3) a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r, \quad 4) \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}, \quad 5) \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r.$$

- Pre  $a, b \in R$  platí:

$$\begin{aligned} &\triangleright a^2 - b^2 = (a - b)(a + b), \\ &\triangleright a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2), \\ &\triangleright a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2), \\ &\triangleright (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2, \\ &\triangleright (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3. \end{aligned}$$

Lineárne a kvadratické rovnice. Nerovnice.

- Algebrickou rovnicou s jednou neznámou  $x$  rozumieme rovnicu tvaru  $f(x) = g(x)$ , kde  $f, g$  sú polynómy jednej premennej  $x$ .
- Koreňom (riešením) rovnice  $f(x) = g(x)$  je každé číslo  $a$ , pre ktoré platí  $f(a) = g(a)$ .
- Pod riešením rovnice rozumieme tiež postup, ktorým hľadáme koreň rovnice.
- Rovnica  $ax + b = 0$ , kde  $a, b$  sú reálne čísla a  $a \neq 0$ ,  $x$  je neznáma sa nazýva **lineárna rovnica**. Táto rovnica má v  $R$  jediné riešenie  $x = -\frac{b}{a}$ .
- Rovnica  $ax^2 + bx + c = 0$ , kde  $a, b, c$  sú reálne čísla a  $a \neq 0$ ,  $x$  je neznáma sa nazýva **kvadratická rovnica**. Výraz  $D = b^2 - 4ac$  nazývame **diskriminant** kvadratickej rovnice. Ak  $x_1, x_2$  sú korene kvadratickej rovnice, tak pre:
  - $\triangleright D > 0$  má kvadratická rovnica dve reálne rôzne riešenia

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- $D = 0$  má kvadratická rovnica dvojnásobný koreň  $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$ .
- $D < 0$  má kvadratická rovnica dva korene v množine komplexných čísel, ktoré sú určené vzorcom

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-D}}{2a},$$

kde  $i$  je imaginárna jednotka.

- Ak  $x_1, x_2$  sú korene kvadratickej rovnice  $ax^2 + bx + c = 0$ , tak  
 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ .
- Ak  $x_1, x_2$  sú korene kvadratickej rovnice  $x^2 + px + q = 0$ , tak  
 $x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$ , pričom  $x_1 + x_2 = -p$  a  $x_1 x_2 = q$ .
- Množinou riešení nerovnice je množina všetkých, hodnôt neznámej, ktoré spĺňajú danú nerovnicu.