

Cvičenia

1. Vypočítajte:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 2)$ $\{0\};$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x - 2}{2x^3 + x^2 - x - 2},$ $\{1\};$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2},$ $\{4\};$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2},$ $\{4\};$

e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2},$ $\left\{\frac{5}{2}\right\};$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2},$ $\{1\}.$

2. Vypočítajte:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x},$ $\left\{\frac{\sqrt{2}}{4}\right\};$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x^3} - 8},$ $\left\{\frac{1}{12}\right\};$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-2} - \sqrt{x}),$ $\{0\};$

d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{6+x} - 2}{x + 2},$ $\left\{\frac{1}{4}\right\};$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{2-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}},$ $\left\{\frac{\sqrt[3]{2}}{3}\right\};$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x).$ $\left\{\frac{1}{2}\right\}.$

3. Vypočítajte:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 6x},$ $\left\{\frac{5}{6}\right\};$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2},$ $\{1\};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cotg x,$ $\{1\};$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2},$ $\left\{\frac{1}{2}\right\};$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 7x}{\sin 3x},$ $\left\{\frac{11}{3}\right\};$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}.$ $\{e^3\}.$

4. Vypočítajte:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n-2} - \sqrt{n}),$ $\{0\};$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+1}{n-1}\right)^n,$ $\{\infty\};$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+2}{n}\right)^{n/2},$ $\{e\};$

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}),$ $\{1/2\};$

e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-2+3-\dots-2n}{\sqrt{n^2+1}}\right),$ $\{-1\};$

f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{n+2} - \frac{n}{2}\right).$ $\{-1/2\}.$

5. Vypočítajte:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x+2}\right)^{2x+21},$ $\{e^2\};$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x+1},$ $\{e^2\};$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{5x+6}\right)^{x^2},$ $\{0\};$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+4}{2x+5}\right)^{x+3},$ $\{1/\sqrt{e}\};$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \operatorname{tg} x)^{\cotg x},$ $\{e\};$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x+1}\right)^{x-4}.$ $\{e^2\}.$

6. Daná je funkcia f . Zvoľte $f(0)$ tak, aby daná funkcia bola spojitá pre $x = 0$, ak:

a)	$\frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 6x},$	$\left\{\frac{5}{6}\right\};$	e)	$\frac{\sin 4x + \sin 7x}{\sin 3x},$	$\left\{\frac{11}{3}\right\};$
b)	$\frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2},$	$\{1\};$	f)	$(1 + 3x)^{\frac{1}{x}}.$	$\{e^3\}.$
c)	$x \cotg x,$	$\{1\};$			
d)	$\frac{1 - \cos x}{x^2},$	$\left\{\frac{1}{2}\right\};$			

7. Dokážte, že platí:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a.$$

