

Geometrické aplikácie

Výpočet dĺžky krivky

```
> with(plots):  
> ArcLength(f(x), x=a..b, output=integral);
```

$$\int_a^b \sqrt{\left(\frac{d}{dx} f(x)\right)^2 + 1} dx$$

Vypočítajme dĺžku oblúka $f(x) = 2\sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 2$.

```
> s:=ArcLength(2*sqrt(x), x=1..2);
```

$$s := -\sqrt{2} - \frac{1}{2} \ln(3 + 2\sqrt{2}) + \sqrt{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2} \ln(5 + 2\sqrt{2}\sqrt{3})$$

Výpočet objemov rotačných telies

```
> with(Student[Calculus1]):  
> V:=VolumeOfRevolution(f(x), x=a..b, output=integral,  
axis=horizontal);
```

$$V := \int_a^b \pi f(x)^2 dx$$

```
> V:=VolumeOfRevolution(f(x), x=a..b, output=integral,  
axis=vertical);
```

$$V := \int_a^b 2\pi x f(x) dx$$

Vypočítajme objem telesa, ktoré vznikne rotáciou obrazca ohraničeného krivkami:

$f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2$, $0 \leq x \leq 1$, okolo x -ovej osi.

```
> V1:=VolumeOfRevolution(sqrt(x),x^2, x=0..1,axis=horizontal);
```

$$V1 := \frac{3\pi}{10}$$

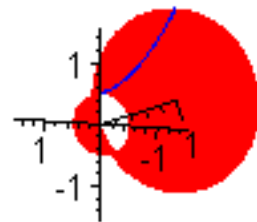
Vypočítajme objem telesa, ktoré vznikne rotáciou obrazca ohraničeného krivkami:

$f(x) = 0$, $f(x) = x^2 + 0.5$, $0 \leq x \leq 1$, okolo x -ovej osi
a nakreslite graf plochy.

```
> VolumeOfRevolution( x^2+0.5, x=0..1);  
2.460914245
```

```
> VolumeOfRevolution( x^2+0.5, x=0..1,  
output=plot);
```

The Volume of Revolution Around
 $f(x) = x^2 + 0.5$
on the Interval $[0, 1]$



Výpočet povrchov časti rotačných telies

```
> with(Student[Calculus1]):
```

$$S := \int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{\left(\frac{d}{dx} f(x)\right)^2 + 1} dx$$

S:=SurfaceOfRevolution(f(x), x=a..b,output=integral);

Vypočítajme povrch časti plochy, ktorá vznikne rotáciou obrazca ohraničeného krivkou:

$$f(x) = x^2 + 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \text{ okolo } x - \text{ovej osi.}$$

> S1:=SurfaceOfRevolution(x^2 + 1, x=0..1);

$$S1 := \frac{15}{16} \pi \ln(2) + \frac{25 \pi \sqrt{5}}{16} + \frac{15}{32} \pi \ln\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{4}\right)$$

Vypočítajme povrch časti plochy, ktorá vznikne rotáciou obrazca ohraničeného krivkou:

$$f(x) = \sqrt{2^2 - x^2}, \quad -2 \leq x \leq 2, \text{ okolo } x - \text{ovej osi (polkružnica o polomere 2).}$$

> SurfaceOfRevolution(sqrt(r^2-x^2), x=-r..r, axis=horizontal);

$$\int_{-r}^r 2 \pi \sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{\frac{r^2}{r^2 - x^2}} dx$$

> S2:=SurfaceOfRevolution(sqrt(2^2-x^2), x=-2..2, axis=horizontal);

$$S2 := 16 \pi$$

The Surface of Revolution Around the
 $f(x) = x^2$
 on the Interval [1, 1.5]

Vypočítajme povrch časti plochy, ktorá vznikne rotáciou obrazca ohraničeného krivkou:

$$f(x) = \frac{x^2}{2}, \quad 1 \leq x \leq 1.5, \text{ okolo } x - \text{ovej osi}$$

a nakreslite graf.

**> S:=SurfaceOfRevolution(x^2/2 ,
 x=1..1.5);
 SurfaceOfRevolution(x^2 , x=1..1.5,
 output=plot,
 surfaceoptions=[shading=Z],
 functionoptions=[color=blue]);**

$$S := 4.051424862$$

