

## Niektoré pravidlá pre výpočet limit

Predpokladajme, že limitami uvažovaných funkcií sú reálne čísla. Hovoríme, že sú to vlastné limity. Platí veta:

**Veta 3.5** Nech  $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $g : A \rightarrow \mathbf{R}$ , nech  $a$  je hromadným bodom  $A$  a nech  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \in \mathbf{R}$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = c \in \mathbf{R}$ . Potom

- $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |b|$ ,
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = b \pm c$ ,
- existuje také prstencové okolie  $O_\tau^\circ(a)$ , že funkcia  $f : A \rightarrow \mathbf{R}$  je na  $O_\tau^\circ(a) \cap A$  ohraničená,
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = bc$ ,
- ak existuje také okolie  $O(a)$  bodu  $a$ , že  $f(x) \neq 0$  pre každé  $x \in O(a) \cap A$  a  $b \neq 0$ , tak existuje  $O_\tau(a)$ , že funkcia  $\frac{1}{f}$  je na  $O_\tau(a) \cap A$  ohraničená,

ak pre každé  $x \in O(a) \cap A$  je  $g(x) \neq 0$  a  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = c \neq 0$ , tak  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{b}{c}$ .

**Veta 3.6** Nech  $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $g : A \rightarrow \mathbf{R}$ . Nech  $a$  je hromadným bodom množiny  $A$  a nech  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$  a  $g$  je ohraničená funkcia. Potom  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = 0$ .

Nasledujúca veta hovorí o nevlastných limitách t.j. o limitách  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \in \{-\infty, \infty\}$ .

**Veta 3.7** Nech  $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ . Nech  $a$  je hromadným bodom množiny  $A$ . Potom platí:

- ak  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ , tak  $\lim_{x \rightarrow a} [-f(x)] = -\infty$ ,
- ak  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ , tak  $\lim_{x \rightarrow a} [-f(x)] = \infty$ ,
- ak  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$  alebo  $\lim_{x \rightarrow a} [-f(x)] = \infty$ , tak  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \infty$ ,
- ak  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ ,  $g : A \rightarrow \mathbf{R}$  a množina  $H(g)$  je zdola ohraničená, tak  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \infty$ ,
- ak pre každé  $x \in A$  je  $f(x) > 0$  a  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ , tak  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \infty$ ,
- ak  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \infty$ , tak  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$ .