

Nekonečné rady

Príklad Vypočítajme: $s_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2 + 3n + 2)}$, $s_2 = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$, $s_3 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}$.

Riešenie. Použitím MATLABu dostávame:

```
>> syms x n
```

```
>> s1 = symsum(1/(n^2+3*n+2),1,inf)
```

```
s1 = 1/2
```

```
>> s2 = symsum(x^n,n,0,inf)
```

```
s2 = -1/(x-1)
```

```
>> syms x k
```

```
>> s3 = symsum(x^k/k,k,1,inf)
```

```
s3 = -log(1-x)
```

Príklad Nájdime prvých šesť členov rozvoja funkcie $f_1(x) = \cos x$ a prvé štyri členy funkcie

$f_2(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ do Taylorovho radu v okolí bodu $x = 0$.

Riešenie. Použitím MATLABu dostávame:

```
>> syms x
```

```
>> f1 = cos(x)
```

```
f1 = cos(x)
```

```
>> T1 = taylor(f1,8)
```

```
T1 = 1-1/2*x^2+1/24*x^4-1/720*x^6
```

```
>> f2 = (1-cos(x))/x^2
```

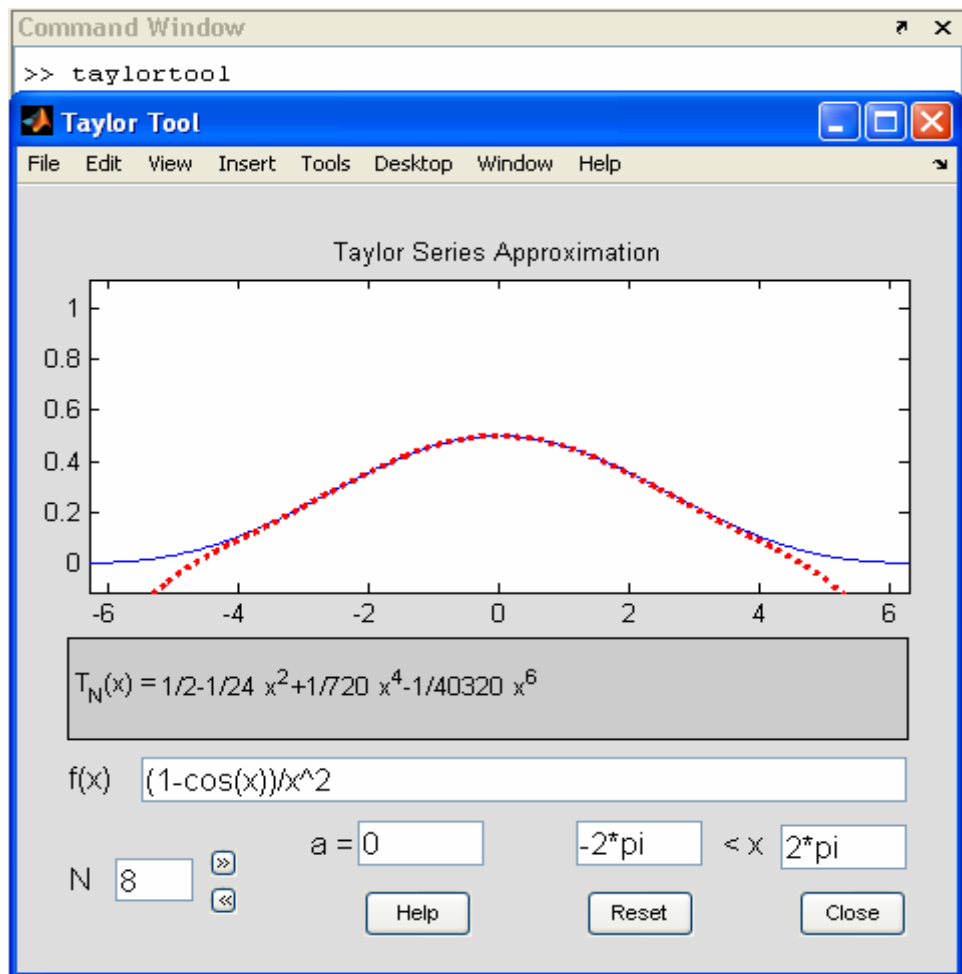
```
f2 = (1-cos(x))/x^2
```

```
>> T2 = taylor(f2,8)
```

```
T2 = 1/2-1/24*x^2+1/720*x^4
```

Iný postup je použitie

```
>> taylortool
```



Príklad Nájdime aproximáciu funkcie $f(x) = x$, $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$ pomocou časti Fourierovho radu.

Riešenie. Riešenie hľadáme v tvare

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

kde $a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$, $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nxdx$, $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nxdx$.

Použitím MATLABu dostávame:

```
>> syms x n
```

```
>> f=x
```

```
f = x
```

```
>> a0=1/pi*int(x,x,-pi,pi),an=1/pi*int(x*cos(n*x),x,-pi,pi), bn=1/pi*int(x*sin(n*x),x,-pi,pi)
```

```
a0 =0
```

```
an =0
```

```
bn =-5734161139222659/9007199254740992*(-sin(pi*n)+pi*n*cos(pi*n))/n^2
```

Teda danú funkciu môžeme aproximovať pomocou radu:

```
>> s = symsum(bn*sin(n*x),n,1,inf)
```

```
s =
```

```
sum(-5734161139222659/9007199254740992*(-sin(pi*n)+pi*n*cos(pi*n))/n^2*sin(n*x),n = 1 .. inf)
```

Ak aproximujeme danú funkciu pomocou Fourierovho radu pre $n = 1$ dostaneme

```
>> s1 = symsum(bn*sin(n*x),n,1,1)
```

```
s1 = 5734161139222659/9007199254740992*pi*sin(x)
```

Ak aproximujeme danú funkciu pomocou Fourierovho radu pre $n = 3$ dostaneme

```
>> s3 = symsum(bn*sin(n*x),n,1,3)
```

```
s3 =  
5734161139222659/9007199254740992*pi*sin(x)-  
5734161139222659/18014398509481984*pi*sin(2*x)+1911387046407553/90071992547409  
92*pi*sin(3*x)
```

Postup pre zostrojenie grafov funkcie $f(x) = x$, $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$ a aproximácie tejto funkcie pomocou jej Fourierovho radu pre $n = 1$ a $n = 3$:

```
>> syms x n  
>> x = -pi:pi/20:pi;  
>> plot(5734161139222659/9007199254740992*pi*sin(x),'b');  
>> hold on;  
>> plot(5734161139222659/9007199254740992*pi*sin(x)-  
5734161139222659/18014398509481984*pi*sin(2*x)+1911387046407553/90071992547409  
92*pi*sin(3*x),'r');  
>> hold on  
>> plot(x, 'k');  
>> hold off
```

