

Výpočet integrálů

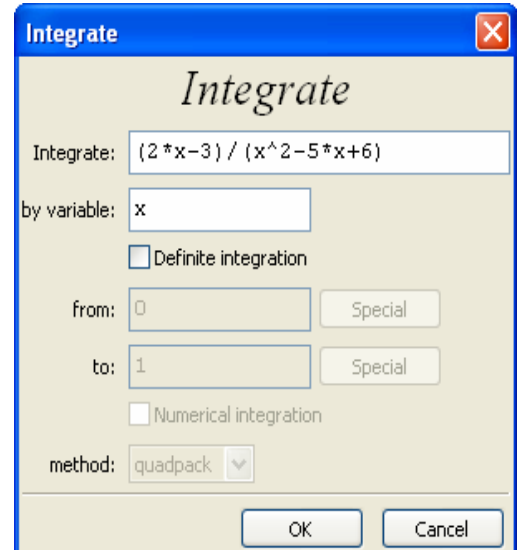
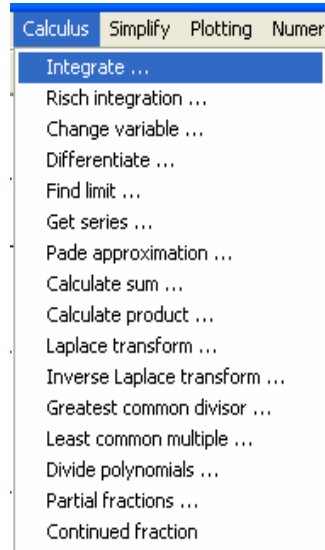
- Neurčitý integrál

(%i1) h=integrate((2*x-3)/(x^2-5*x+6),x);

% výpočet $h = \int \frac{2x-3}{x^2-5x+6} dx$

(%o1) h=3*log(x-3)-log(x-2)

Alebo použijeme



Tiež môžeme použiť príkaz **risch**

(%i2) h=risch((2*x-3)/(x^2-5*x+6),x);

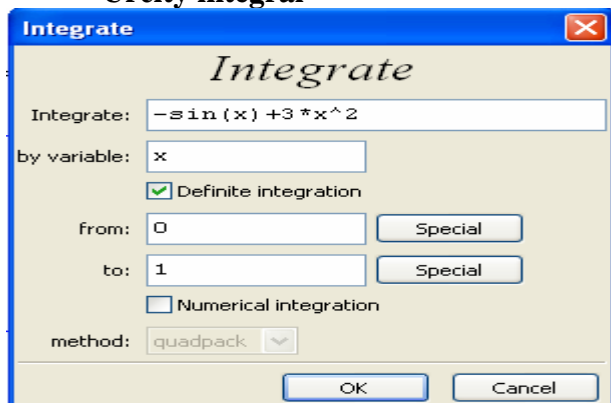
(%o2) h=3*log(x-3)-log(x-2)

(%i3) c1=integrate(1/(cos(x)-2*sin(x)+3), x);

% výpočet $c1 = \int \frac{1}{\cos x - 2 \sin x + 3} dx$

(%o3) c1=atan(((2*sin(x))/(cos(x)+1)-2)/2)

- Určitý integrál



(%i4) integrate(-sin(x)+3*x^2,x,0,1);

% výpočet $G1 = \int_0^1 (-\sin x + 3x^2) dx$

(%o4) cos(1)

(%i5) G2=romberg(1/(sqrt(x+5)-sqrt(x-4)),x,4,20);

% výpočet $G2 = \int_4^{20} \frac{1}{\sqrt{x+5} - \sqrt{x-4}} dx$

(%o5) G2=11.99988096842667

% výpočet pomocou Rombergovej
numerickej metódy

- **Nevlastný integrál**

(%i6) G3=integrate(x*exp(-x^2),x,0,inf);

% výpočet $G3 = \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$

(%o6) G3=1/2

- **Dvojnásobný integrál**

(%i7) integrate(integrate(x+y,y,0,x),x,0,1);

% výpočet $\int_0^1 dx \int_0^x (x+y) dy$

(%o7) 1/2

- **Trojnásobný integrál**

(%i8) V=integrate(integrate(integrate(rho,z,rho,2-rho^2),rho,0,1),phi,0,2*pi);

(%o8) V=(5*pi)/6

% výpočet $V = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 d\rho \int_{\rho}^{2-\rho^2} \rho dz$

Pozor

(%i9) integrate(1/x,x);

(%o9) log(x)

% ??? ak je x záporné???

V **MATLABe** použijeme `int(funkcia,dolná hranica,horná hranica)` (je potrebné deklarovať symbolické premenné). Pri numerickom výpočte `trapz(x,y)` alebo `quad('funkcia',dolná hranica,horná hranica,presnosť)`

Príklad Vypočítajme hmotnosť telesa tvaru oblasti ohraničenej rovinami:

$z = 0, z = x + y, y = x, y = 0, x = 1$, ak jeho objemová hustota je $\mu(x, y, z) = kz$.

Riešenie: Hmotnosť môžeme vypočítať pomocou trojnásobného integrálu, kde

$$m = \iiint_{\omega} \mu(x, y, z) dx dy dz.$$

Oblasť ω môžeme popísať pomocou nerovníc takto:

$$\omega : 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq x + y.$$

Potom

$$m = \iiint_{\omega} \mu(x, y, z) dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{x+y} kz dz.$$

Uvedený trojnásobný integrál môžeme vypočítať pomocou programu MAXIMA takto:

(%i10) m=integrate(integrate(integrate(k*z,z,0,x+y),y,0,x),x,0,1);

(%o10) m=(7*k)/24

V MATLABe

>> syms x y z m k real

>> m=int(int(int(k*z,z,0,x+y),y,0,x),x,0,1)