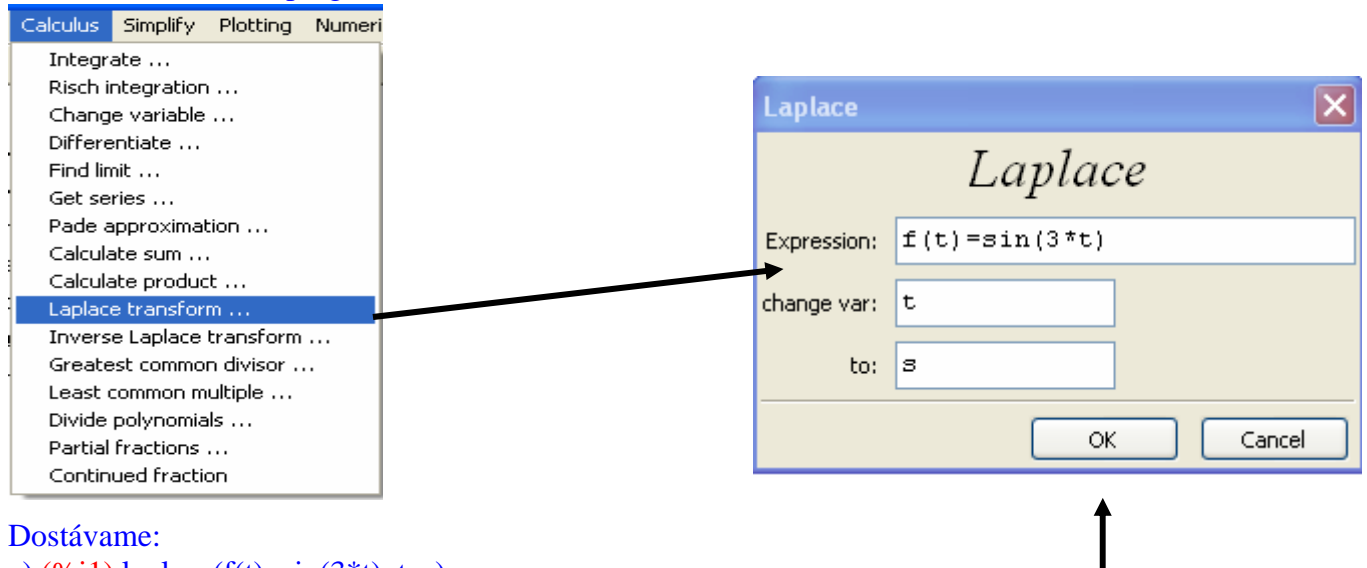


Laplaceova transformácia

Príklad Nájdime Laplaceov obraz $F(s)$ funkcie a) $f(t) = \sin 3t$, b) $f(t) = \sin 3t \cos 7t$,
c) $f(t) = t \sin 3t \cos 7t$, d) $f(t) = e^{-2t} t \sin 3t \cos 7t$.

Riešenie: Zadané v programe MAXIMA



Dostávame:

a) (%i1) laplace(f(t)=sin(3*t), t, s);

$$(\%01) \quad \text{laplace}(f(t), t, s) = \frac{3}{s^2 + 9}$$

b)

(%i2) laplace(sin(3*t)*cos(5*t), t, s);

$$(\%02) \quad \frac{3s^2 - 48}{s^4 + 68s^2 + 256}$$

c) (%i3) laplace(t*sin(3*t)*cos(5*t), t, s);

$$(\%03) \quad \frac{(3s^2 - 48)(4s^3 + 136s)}{(s^4 + 68s^2 + 256)^2} - \frac{6s}{s^4 + 68s^2 + 256}$$

d) (%i4) laplace(exp(-2*t)*t*sin(3*t)*cos(5*t), t, s);

$$(\%04) \quad \frac{(3s^2 + 12s - 36)(4s^3 + 24s^2 + 184s + 304)}{(s^4 + 8s^3 + 92s^2 + 304s + 544)^2} - \frac{6s + 12}{s^4 + 8s^3 + 92s^2 + 304s + 544}$$

Príklad Nájdime Laplaceov obraz $F(s)$ funkcie $f(t) = 5t^3 e^t \cos(7t)$ a pomocou inverznej Laplaceovej transformácie nájdime opäť predmet $f(t)$.

Riešenie: Zadané v programe MAXIMA

• **Priama**

(%i5) laplace(5*t^3*exp(t)*cos(7*t), t, s);

$$(\%05) \quad 5 \left[\frac{6}{(s^2 - 2s + 50)^2} - \frac{6(2s - 2)^2}{(s^2 - 2s + 50)^3} - \frac{12(s - 1)(2s - 2)}{(s^2 - 2s + 50)^3} + \frac{6(s - 1)(2s - 2)^3}{(s^2 - 2s + 50)^4} \right]$$

• **Spätná**

(%i6) ilt(5*(6/(s^2-2*s+50)^2-(6*(2*s-2)^2)/(s^2-2*s+50)^3-
(12*(s-1)*(2*s-2))/(s^2-2*s+50)^3+(6*(s-1)*(2*s-2)^3)/(s^2-2*s+50)^4), s, t);

(%o6) $5t^3 e^t \cos(7t)$

Príklad Nájdime predmet $f(t)$, ak jeho obraz v Laplaceovej transformácii je $F(s)$:

a) $F(s) = \frac{1}{s^2 + 4}$, b) $F(s) = \frac{1}{(s^2 + 4)(s^2 + 9)}$,

c) $F(s) = \frac{s - 5}{(s^2 + 4)(s^2 + 9)}$,

d) $F(s) = \frac{s - 5}{(s - 1)(s^2 + 4)(s^2 + 9)}$.

Riešenie:

a) (%i1) `ilt(1/(s^2+4), s, t);`

(%o1) $\sin(2t)/2$

b) (%i2) `ilt(1/((s^2+4)*(s^2+9)), s, t);`

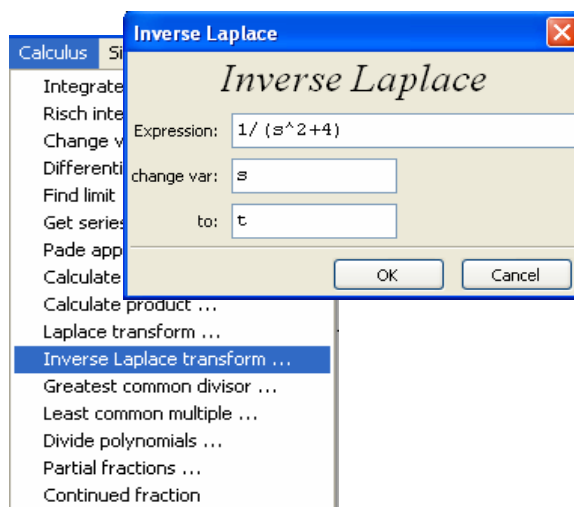
(%o2) $\sin(2t)/10 - \sin(3t)/15$

c) (%i3) `ilt((s-5)/((s^2+4)*(s^2+9)), s, t);`

(%o3) $\frac{\sin(3t)}{3} - \frac{\cos(3t)}{5} - \frac{\sin(2t)}{2} + \frac{\cos(2t)}{5}$

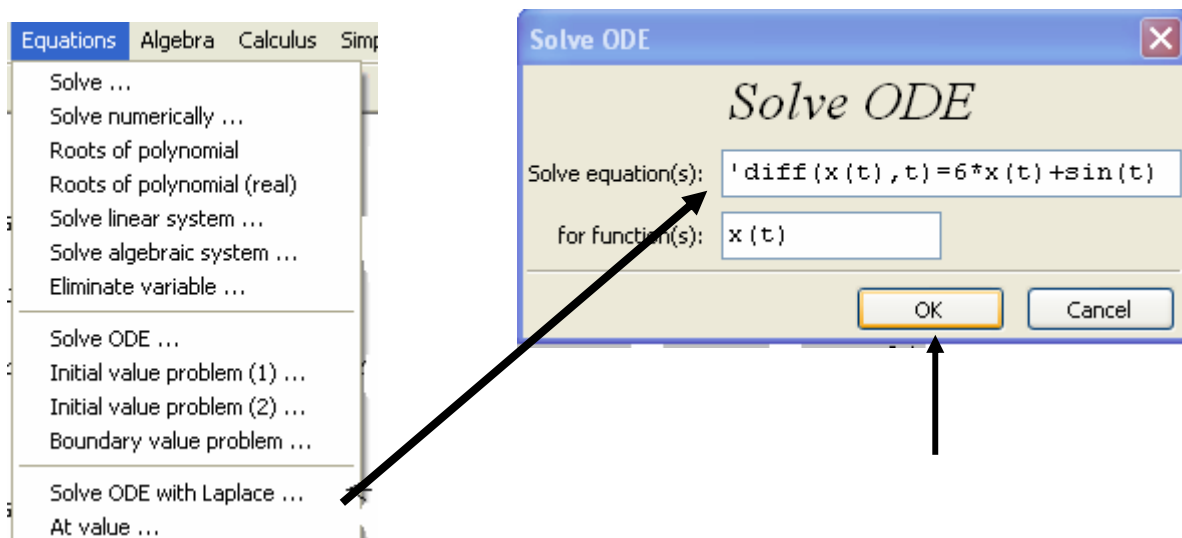
d) (%i5) `ilt((s-5)/((s-1)*(s^2+4)*(s^2+9)), s, t);`

(%o5) $-\frac{7 \sin(3t)}{75} - \frac{2 \cos(3t)}{25} + \frac{9 \sin(2t)}{50} + \frac{4 \cos(2t)}{25} - \frac{2 e^t}{25}$



Príklad Nájdime všeobecné riešenie diferenciálnej rovnice $x' = 6x + \sin t$ a partikulárne riešenie pre $x(0) = 1$.

Riešenie:



(%i1) `desolve(['diff(x(t),t)=6*x(t)+sin(t)],[x(t)]);`

(%o1) $x(t) = -(6 \sin(t))/37 - \cos(t)/37 + ((37x(0) + 1) e^{6t})/37$

(%i2) `subst(1,x(0),%o1);`

(%o3) $x(t) = -(6 \sin(t))/37 - \cos(t)/37 + (38 e^{6t})/37$