

## Diferenciálne rovnice

**Príklad** Nájdime všeobecné riešenie diferenciálnej rovnice  $x' = 6x + \sin t$  a partikulárne riešenie pre  $x(0) = 1$ .

*Riešenie:*

```
(%i14) ode2('diff(x,t)=6*x+sin(t),x,t);
```

```
(%o14) x = %e6 t  $\left( \frac{{\%e}^{-6 t} (-6 \sin(t) - \cos(t))}{37} + {\%c} \right)$ 
```

```
(%i15) ic1(%o14,t=0,x=1);
```

```
(%o15) x = -  $\frac{6 \sin(t) + \cos(t) - 38 {\%e}^{6 t}}{37}$ 
```

**V MATLABe** použijeme `>> syms x t; x= dsolve('dif.rov')` alebo `>> x= dsolve('dif.rov','x(0)=...',Dx(0)=...')`

**Príklad** Nájdime všeobecné riešenie diferenciálnej rovnice  $\frac{d^2 x}{dt^2} + 3 \frac{dx}{dt} + 2x = \sin t$  a partikulárne riešenie pre  $x(0) = 0, x'(0) = 1$ .

*Riešenie.* Zadané v programe MAXIMA pre všeobecné riešenie

```
(%i8) 'diff(x,t,2) + 3*'diff(x,t)+2*x = sin(t);
```

```
(%o8)  $\frac{d^2}{dt^2} x + 3 \left( \frac{d}{dt} x \right) + 2 x = \sin(t)$ 
```

```
(%i9) ode2(% ,x,t);
```

```
(%o9) x =  $\frac{\sin(t) - 3 \cos(t)}{10} + {\%k1} {\%e}^{-t} + {\%k2} {\%e}^{-2 t}$ 
```

```
(%i10) ratsimp(ic2(%o9,t=0,x=0,'diff(x,t)=1));
```

```
(%o10) x =  $\frac{{\%e}^{-2 t} \left( {\%e}^{2 t} \sin(t) - 3 {\%e}^{2 t} \cos(t) + 15 {\%e}^t - 12 \right)}{10}$ 
```

*Iný spôsob:*

```
(%i11) depends(x,t);
```

```
(%o11) [x(t)]
```

```
(%i12) ode2(diff(x,t)=6*x+sin(t),x,t);
```

```
(%o12) x=%e(6*t)*((%e(-6*t)*(-6*sin(t)-cos(t)))/37+%c)
```

alebo

```
(%i13) desolve([diff(x(t),t)=6*x(t)+sin(t)],[x(t)]);
```

```
(%o13) x(t)=- (6*sin(t))/37-cos(t)/37+((37*x(0)+1)*%e(6*t))/37
```

**Príklad** Nájdime všeobecné riešenie sústavy lineárnych diferenciálnych rovníc  $x' = -7x + y$ ,  $y' = -2x - 5y$ . Určme partikulárne riešenie pre začiatočné podmienky  $x(0) = -1$ ,  $y(0) = 1$ .

**Riešenie:** Zadané v programe MAXIMA:

(%i1) d1:'diff(x(t),t)=-7\*x(t)+y(t);

$$(\%o1) \quad \frac{d}{dt} x(t) = y(t) - 7 x(t)$$

(%i2) d2:'diff(y(t),t)=-5\*y(t)-2\*x(t);

$$(\%o2) \quad \frac{d}{dt} y(t) = -5 y(t) - 2 x(t)$$

(%i3) desolve([d1,d2],[x(t),y(t)]);

$$(\%o3) \quad \begin{aligned} x(t) &= e^{-6t} \left( \frac{(2(y(0) + 5x(0)) - 12x(0)) \sin(t)}{2} + x(0) \cos(t) \right), \\ y(t) &= e^{-6t} \left( \frac{(2(7y(0) - 2x(0)) - 12y(0)) \sin(t)}{2} + y(0) \cos(t) \right) \end{aligned}$$

(%i4) subst(-1,x(0),subst(1,y(0),%o3));

(%o4) [x(t)=%e^(-6\*t)\*(2\*sin(t)-cos(t)),y(t)=%e^(-6\*t)\*(3\*sin(t)+cos(t))]

**Príklad** Nájdime všeobecné riešenie sústavy diferenciálnych rovníc

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= -50i_1 + 50i_2 + 5 & i_1(0) &= 0,5 \\ \frac{di_2}{dt} &= -50i_1 - 50i_2 + 5 & i_2(0) &= 0,3 \end{aligned} \quad \text{so začiatočnými podmienkami}$$

**Riešenie:**

Zadané v programe MAXIMA:

(%i31) 'diff(i1(t),t)=-50\*i1(t)+50\*i2(t);

(%o31) 'diff(i1(t),t,1)=50\*i2(t)-50\*i1(t)

(%i33) 'diff(i2(t),t)=-50\*i1(t)-50\*i2(t)+5;

(%o33) 'diff(i2(t),t,1)=-50\*i2(t)-50\*i1(t)+5

(%i34) desolve([%o31,%o33],[i1(t),i2(t)]);

(%o34) 
$$\begin{aligned} i1(t) &= e^{-50t} * ((2*(50*i2(0) + 50*i1(0) - 5) - 5*(20*i1(0) - 1)) \\ &\quad * \sin(50t)) / 100 + ((20*i1(0) - 1) * \cos(50t)) / 20 + 1/20, \\ i2(t) &= e^{-50t} * (((2*(50*i2(0) - 50*i1(0)) - 5*(20*i2(0) - 1)) * \sin(50t)) / 100 + ((20*i2(0) - 1) \\ &\quad * \cos(50t)) / 20 + 1/20) \end{aligned}$$

Zobrazenie je nasledovné:

```
(%i34) desolve([%o31,%o33],[i1(t),i2(t)]);
```

```
(%o34)  
$$\begin{aligned} i1(t) = & e^{-50t} \left( \frac{(2(50i2(0) + 50i1(0) - 5) - 5(20i1(0) - 1))\sin(50t)}{100} + \right. \\ & \left. \frac{(20i1(0) - 1)\cos(50t)}{20} \right) + \frac{1}{20}, \quad i2(t) = e^{-50t} \left( \frac{(2(50i2(0) - 50i1(0)) - 5(20i2(0) - 1))\sin(50t)}{100} + \right. \\ & \left. \frac{(20i2(0) - 1)\cos(50t)}{20} \right) + \frac{1}{20} \end{aligned}$$

```