

Priebeh funkcie

Príklad Zistíme priebeh funkcie $f(x) = \frac{2x}{x^2-1} + x$ a nakreslíme jej graf.

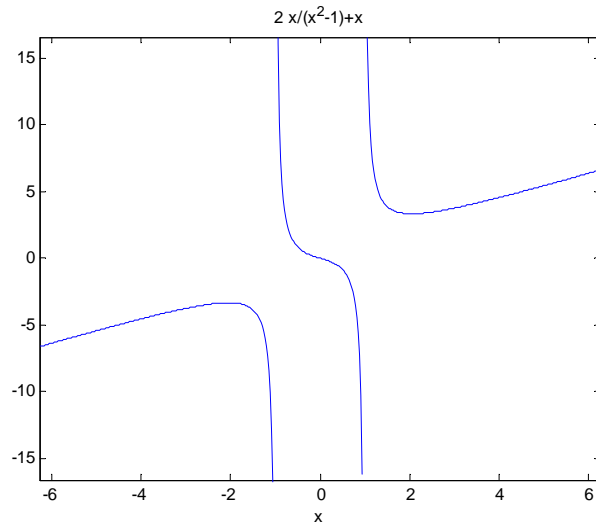
Riešenie:

```
>> syms x
num = 2*x;
denom = x^2 - 1;
f = num/denom+x
```

```
f =
2*x/(x^2-1)+x
```

Nakreslíme si graf funkcie

```
>> ezplot(f)
```



Nájdeme asymptoty grafu funkcie

```
>> k1=limit(f/x, inf)
```

```
k1 =
1
```

```
>> k2=limit(f/x, -inf)
```

```
k2 =
1
```

Vidíme, že $k1=k2$

```
>> q=limit(f-k1*x,inf)
```

```
q =
0
```

```
>> q=limit(f-k1*x,-inf)
```

```
q =
0
```

Teda $y = 1 \cdot x + 0 = x$ je asymptotou grafu funkcie. Vypočítame v ktorých bodoch je menovateľ(denom) nulový

```
>> roots = solve(denom)
```

```
roots =
1
-1
```

Presvedčíme sa či v bodoch 1 a -1 má funkcia nevlastné limity (intuícia podľa obrázku)

```
>> syms x
```

```
>> limit(f,x,-1,'right')
```

```
ans =
Inf
```

```
>> limit(f,x,1,'right')
```

```
ans =
Inf
```

```
>> limit(f,x,1,'left')
```

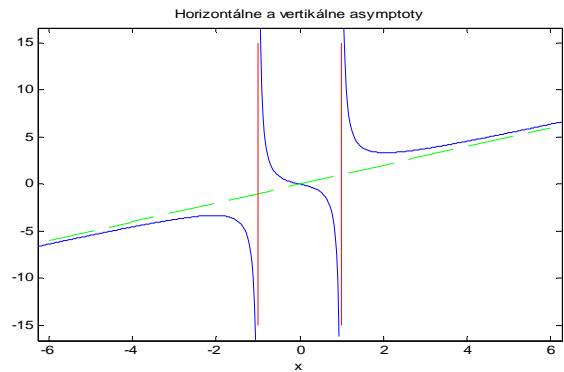
```
ans =
-Inf
```

```
>> limit(f,x,-1,'left')
```

```
ans =
-Inf
```

Teda priamky $x = -1$, $x = 1$ sú asymptoty grafu danej funkcie bez smernice

```
>> ezplot(f)
hold on % Keep the graph of f in the figure
% Zobrazenie horizontálnych asymptot
x=-6:0.1:6;y=x;plot(x,y,'-g')
% Zobrazenie vertikálnych asymptot
plot(double(roots(1))*[1 1], [-15 15],'r')
plot(double(roots(2))*[1 1], [-15 15],'r')
title('Horizontálne a vertikálne asymptoty')
hold off
```



Na grafe vidíme, že daná funkcia má lokálne maximum niekde medzi -2 a 0, lokálne minimum medzi 0 a 2 a má inflexný bod medzi -1 a 1. K určení x-ovej súradnice pre bod kde daná funkcia má maximum, resp. minimum potrebujeme prvú deriváciu danej funkcie:

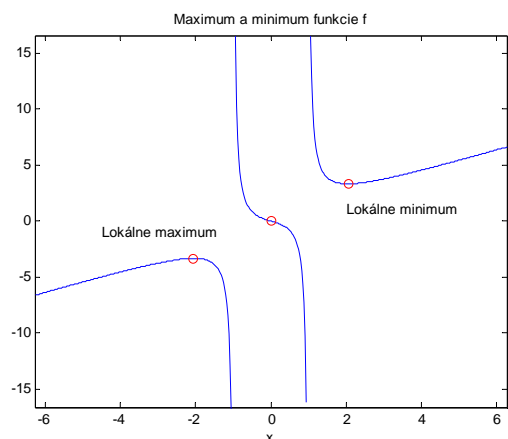
```
>> f1 = diff(f)
f1 =
2/(x^2-1)-4*x^2/(x^2-1)^2+1
Môžeme zjednodušiť daný výraz
>> f1 = simplify(f1)
f1 =
(-4*x^2-1+x^4)/(x^2-1)^2
Alebo ho vyjadriť v tvare
>> pretty(f1)
```

$$\frac{-4x^2 - 1 + x^4}{(x^2 - 1)^2}$$

Určíme nulové body prvej derivácie :

```
>> kritbody = solve(f1)
kritbody =
-(2+5^(1/2))^(1/2) % xmax = -2,05820312500000
(2+5^(1/2))^(1/2) % xmin = 2,05820312500000
-(2-5^(1/2))^(1/2) % ???
(2-5^(1/2))^(1/2) % ???
```

```
>> ezplot(f)
hold on
plot(double(kritbody), double(subs(f, kritbody)), 'ro')
title('Maximum a minimum funkcie f')
text(2,1,'Lokálne minimum')
text(-4.5,-1,'Lokálne maximum')
hold off
```



K nájdeniu inflexného bodu potrebujeme druhú deriváciu danej funkcie a vypočítať jej nulové body:

```
>> f2 = diff(f1);
inflec_pt = solve(f2);
double(inflec_pt)
ans =
0
0 + 1.7321i
0 - 1.7321i
```

Teda daná funkcia má v bode $x=0$ inflexný bod (graf).

```
>> inflec_pt = inflec_pt(1)
```

```
inflec_pt =
```

```
0
```

```
>> pretty(simplify(inflec_pt))
```

```
0
```

```
>> ezplot(f, [-6 6])
```

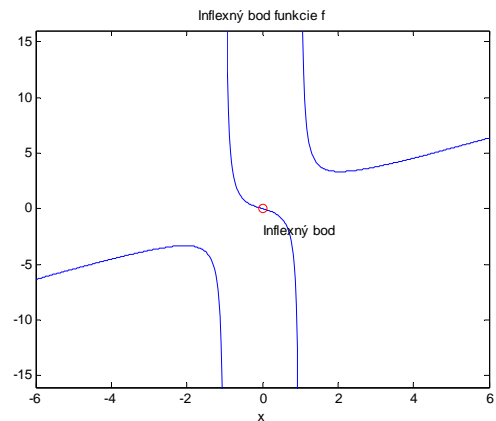
```
hold on
```

```
plot(double(inflec_pt), double(subs(f,inflec_pt)), 'ro')
```

```
title('Inflexný bod funkcie f')
```

```
text(0,-2,'Inflexný bod')
```

```
hold off
```



Iný postup pri hľadaní lokálnych extrémov

Minimum funkcie hľadáme v intervale $\langle 1,5;2,5 \rangle$

```
>> f=inline('2*x/(x^2-1)+x')
```

```
f =
```

```
Inline function:
```

```
f(x) = 2*x/(x^2-1)+x
```

```
>> fplot(f,[1.5,2.5]);grid;hold on
```

```
>> format long;xmin=fminsearch(f,2)
```

```
xmin =
```

```
2.05820312500000
```

```
>> fmin=f(xmin)
```

```
fmin =
```

```
3.33019067769108
```

```
>> fplot(f,[-2.5,-1.5]);grid;hold on
```

```
>> format long;xmax=-fminsearch(f,2)
```

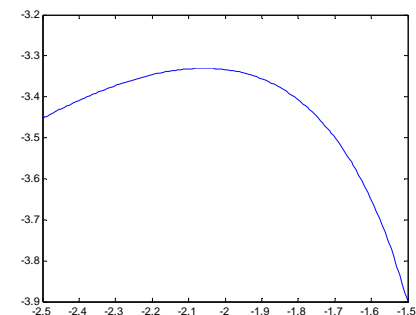
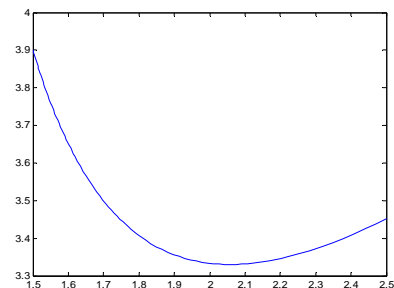
```
xmax =
```

```
-2.05820312500000
```

```
>> fmax=f(xmax)
```

```
fmax =
```

```
-3.33019067769108
```



Poznámka Bez problémov už vieme určiť intervaly

monotónnosti (rast, klesanie), resp. intervaly kde funkcia je konkávna a konvexná.