

Diferenciálne rovnice

Príklad Nájdime všeobecné riešenie diferenciálnej rovnice $\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{U}{L}$.

Riešenie.

```
>> I= dsolve('DI+R/L*I=U/L')
```

I =

U/R+exp(-R/L*t)*C1

Príklad Nájdime partikulárne riešenie diferenciálnej rovnice $x' = -3\frac{x}{t^2} + \frac{2}{t^3}$, ktoré prechádza

bodom $A = (1,1)$.

Riešenie.

Zadanie v MATLABe:

```
>> x= dsolve('Dx=-3*x/t+2/t^3','x(1)=1')
```

Riešenie:

x =

2/t^2-1/t^3

Príklad Nájdime všeobecné riešenie diferenciálnej rovnice $\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} + 2x = \sin t$

a partikulárne riešenie pre $x(0) = 0, x'(0) = 1$.

Riešenie. Zadanie v MATLABe pre všeobecné riešenie:

```
>> syms x t
```

```
>> x= dsolve('D2x+3*Dx+2*x=sin(t)')
```

Výsledok (všeobecné riešenie):

x =

-3/10*cos(t)+1/10*sin(t)+C1*exp(-t)+C2*exp(-2*t)

Zadanie v MATLABe pre partikulárne riešenie:

```
>> syms x t
```

```
>> x= dsolve('D2x+3*Dx+2*x=sin(t)', 'x(0) = 0, Dx(0) = 1')
```

Výsledok (partikulárne riešenie):

x =

-3/10*cos(t)+1/10*sin(t)-6/5*exp(-2*t)+3/2*exp(-t)

Príklad Nájdime partikulárne riešenie sústavy diferenciálnych rovníc

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= -50i_1 + 50i_2 + 5 \\ \frac{di_2}{dt} &= -50i_1 - 50i_2 + 5 \end{aligned} \quad \text{so začiatočnými podmienkami} \quad \begin{aligned} i_1(0) &= 0,5 \\ i_2(0) &= 0,3 \end{aligned}$$

Riešenie:

Zadanie v MATLABe:

```
[i1,i2] = dsolve('Di1=-50*i1+50*i2+5, Di2=-50*i1-50*i2+5', 'i1(0) = 0.5, i2(0) = 0.3')
```

Výsledok:

i1 =

1/10+exp(-50*t)*(2/5*cos(50*t)+3/10*sin(50*t))

i2 =

-exp(-50*t)*(2/5*sin(50*t)-3/10*cos(50*t))

Riešenie diferenciálnych rovníc pomocou matíc

Príklad Nájdime všeobecné a partikulárne riešenie sústavy diferenciálnych rovníc

$$x_1' = x_1 + 2x_2, \quad x_2' = -3x_1 - 4x_2, \quad \text{ak } x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1.$$

Riešenie: Všeobecné riešenie sústavy diferenciálnych rovníc $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$ dostaneme pomocou exponenciálu matice v tvare $\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{C}$ a partikulárne riešenie v tvare $\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0)$.

```
>> A=[1 2;-3 -4];x0=[0;1];syms t C1 C2;X=expm(A*t)*C
```

X =

$$(3\exp(-t)-2\exp(-2t))*C1+(-2\exp(-2t)+2\exp(-t))*C2$$

$$(3\exp(-2t)-3\exp(-t))*C1+(-2\exp(-t)+3\exp(-2t))*C2$$

Dostali sme riešenie

$$x_1(t) = C_1(3e^{-t} - 2e^{-2t}) + C_2(-2e^{-2t} + 2e^{-t}),$$

$$x_2(t) = C_1(3e^{-2t} - 3e^{-t}) + C_2(-2e^{-t} + 3e^{-2t}).$$

```
>> Xpart=expm(A*t)*x0
```

Xpart =

$$-2\exp(-2t)+2\exp(-t)$$

$$-2\exp(-t)+3\exp(-2t)$$

Dostali sme partikulárne riešenie

$$x_1(t) = -2e^{-2t} + 2e^{-t},$$

$$x_2(t) = -2e^{-t} + 3e^{-2t}.$$

Zostrojme graf riešenia v rovine x_1x_2 pre hodnoty parametra $t \in \langle 0, 10 \rangle$.

```
>> X=[];
```

```
>> for t=0:.01:10
```

```
X=[X expm(t*A)*x0];
```

```
end
```

```
>> plot(X(1,:),X(2:),'b')
```

```
>> grid;title('Graf funkcie {\bf x} = {\it e}^{{\bf A}{\it t}}')
```

```
>> xlabel('x1[t]');ylabel('x2[t]')
```

