

## Rozdelenia pravdepodobnosti

Hodnoty funkcie hustoty pravdepodobnosti (pdf – probability density function), distribučnej funkcie (cdf – cumulative distribution function), inverznej funkcie ku distribučnej funkcii (inv – inverse function), nájdeme podobne ako v MATLABe

**názov\_cdf, názov\_pdf, názov\_inv**

**Príklad** Vypočítajme hodnotu hustoty pravdepodobnosti normálneho rozdelenia pre  $x = 2.8381, \mu = 1.72, \sigma = 1.3$ .

**Riešenie:** Použijeme **`Y=normal_pdf(x,E(X),D(X))`**.

**POZOR v MATLABe je to `Y = normpdf(X,E(X),SIGMA(X))` !!!**

V Octave dostávame

```
octave:9> Y=normal_pdf(2.8381,1.72,1.69)
Y = 0.21200
```

**Príklad** Vypočítajme hodnotu distribučnej funkcie normálneho rozdelenia pravdepodobnosti pre  $x = 2.5, \mu = 0.5, \sigma = 2$  je  $p = 0.84134$ .

**Riešenie:** Použijeme **`P=normal_cdf(x,E(X),D(X))`**.

**POZOR v MATLABe je to `Y = normcdf(X,E(X),SIGMA)`**

V Octave dostávame

```
octave:11> p=normal_cdf(2.5,0.5,4)
p = 0.84134
```

Podobne môžeme použiť ďalšie funkcie. Uvedieme v tabuľke **podobnosť**(pozor na rozdiel) medzi funkciami v Octave a v MATLABe.

### • Binomické rozdelenie

Octave	MATLAB	Vzorce
<b>Y=binomial_pdf(X,N,P)</b>	<b>Y=binopdf(X,N,P)</b>	$Y = P(X = x) = \binom{n}{p} p^x q^{n-x}, \quad p + q = 1$
<b>Y=binomial_cdf(X,N,P)</b>	<b>Y=binocdf(X,N,P)</b>	
<b>X=binomial_inv(Y,N,P)</b>	<b>X=binoinv(Y,N,P)</b>	

### • Hypergeometrické rozdelenie

Octave	MATLAB	Vzorce
<b>Y=hypergeometric_pdf(X,K,M,N)</b>	<b>Y=hygepdf(X,M,K,N)</b>	$Y = P(X = x) = \frac{\binom{K}{x} \binom{M-K}{N-x}}{\binom{M}{N}}$
<b>K?M</b>	<b>M?K</b>	
<b>Y=hypergeometric_cdf(P,K,M,N)</b>	<b>Y=hygecdf(X,M,K,N)</b>	
<b>X=hypergeometric_inv (P,K,M,N)</b>	<b>X=hygeinv (P,M,K,N)</b>	

- **Poissonovo rozdelenie**

Octave	MATLAB	Vzorce
<b>Y = poisson_pdf(X,LAMBDA)</b>	<b>Y= poisspdf(X,LAMBDA)</b>	$Y = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$
<b>P = poisson_pdf(X,LAMBDA)</b>	<b>P = poisscdf(X,LAMBDA)</b>	
<b>X = poisson_pdf(P,LAMBDA)</b>	<b>X = poissinv(P,LAMBDA)</b>	

- **Exponenciálne rozdelenie**

Octave	MATLAB	Vzorce
<b>Y= exponential_pdf(X,LAMBDA)</b>	<b>Y = exppdf(X,LAMBDA)</b>	<b>MATLAB</b> $f(x) = \begin{cases} 1/\lambda e^{-x/\lambda} & \text{pre } x \geq 0, \\ 0 & \text{pre } x < 0. \end{cases}$ <b>Octave</b> $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-x\lambda} & \text{pre } x \geq 0, \\ 0 & \text{pre } x < 0. \end{cases}$
<b>P= exponential_cdf(X,LAMBDA)</b>	<b>P = expcdf(X,LAMBDA)</b>	
<b>X= exponential_cdf(P,LAMBDA)</b>	<b>X = expinv(P, LAMBDA)</b>	

- **Normálne rozdelenie**

Octave	MATLAB	Vzorce
<b>Y=normal_pdf(X,E(X),D(X))</b>	<b>Y = normpdf(X,E(X),SIGMA(X))</b>	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$ $\mu = E(X)$ $D(X) = \sigma^2$
<b>D(X)?SIGMA</b>		
<b>P=normal_cdf(X,E(X),D(X))</b>	<b>P = normcdf(X,E(X),SIGMA(X))</b>	
<b>X=normal_cdf(P,E(X),D(X))</b>	<b>X = norminv(P, E(X),SIGMA(X))</b>	

- **Studentovo t - rozdelenie**

Octave	MATLAB	Vzorce
<b>Y=t_pdf(X,N)</b>	<b>Y=t_pdf(X,N)</b>	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s^*} \cdot \sqrt{n}$ testovacia charakteristika
<b>P=t_cdf(X,N)</b>	<b>P=t_cdf(X,N)</b>	
<b>X=t_inv(P,N)</b>	<b>X=t_inv(P,N)</b>	

- **$\chi^2$  rozdelenie**

Octave	MATLAB	Vzorce
<b>Y=chisquare_pdf(X,N)</b>	<b>Y=chi2pdf(X,N)</b>	$\chi^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2} \cdot s^{*2}$ testovacia charakteristika
<b>P=chisquare_cdf(X,N)</b>	<b>P=chi2cdf(X,N)</b>	
<b>X=chisquare_inv(P,N)</b>	<b>X=chi2inv(P,N)</b>	

- **Fisherovo-Snedekerovo rozdelenie**

Octave	MATLAB	Vzorcie
<b>Y=f_pdf(X,V1,V2)</b>	<b>Y = fpdf(X,V1,V2)</b>	$F = \frac{s_1^{*2}}{s_2^{*2}}$ testovacia charakteristika
<b>P=f_cdf(X,V1,V2)</b>	<b>P= fpdf(X,V1,V2)</b>	
<b>X= f_inv(X,V1,V2)</b>	<b>X = finv(P,V1,V2)</b>	

**Príklad** Zo sérií  $M = 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500$  výrobkov, v ktorých sa nachádza 20 nepodarkov, náhodne vyberieme na kontrolu kvality 5 výrobkov. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že medzi vybranými výrobkami bude práve  $k = 0, 1, \dots, 5$  nepodarkov.

**Riešenie:** Uvažujme prípad  $M = 50$ . Označme  $A_k$  jav pozostávajúci z výberu  $k$  nepodarkov z 5 náhodne vybraných výrobkov, kde  $k = 0, 1, \dots, 5$ . Použijeme definíciu *klasickkej*

pravdepodobnosti: 
$$P(A_k) = \frac{\binom{20}{k} \cdot \binom{30}{5-k}}{\binom{50}{5}}.$$

Na riešenie môžeme použiť štandardnú funkciu v Octave **hypergeometric\_pdf(k,K,M,n)** (v MATLABe je to *hygepdf(k,M,K,n)*) pre počet všetkých prvkov súboru  $M = 50$ , počet prvkov, ktoré majú sledovanú vlastnosť  $K = 20$ , rozsah výberu bez vrátenia  $n = 5$ , pričom príslušné pravdepodobnosti počítame pre  $k = 0, 1, \dots, 5$ :

**Riešenie:**

```
octave:7> [0:5;hypergeometric_pdf(0:5,20,50,5)]
```

```
ans =
```

```
0.00000 1.00000 2.00000 3.00000 4.00000 5.00000
0.06726 0.25869 0.36408 0.23405 0.06860 0.00732
```

**Príklad** Viacročným pozorovaním stavu hladiny veľkej rieky v určitej oblasti sa zistilo, že pravdepodobnosť jarných záplav tejto rieky je  $1/12$ . Určme: a) strednú hodnotu, disperziu a modus počtu záplav pre najbližších 40 rokov; b) pravdepodobnosť toho, že za to isté obdobie bude aspoň 5 záplav.

**Riešenie:** Diskrétna náhodná premenná  $X$  v tomto príklade znamená počet jarných záplav a má *binomické* rozdelenie pravdepodobnosti (opakované nezávislé pokusy) s parametrami  $n = 40, p = 1/12$ .

a) Na výpočet *strednej hodnoty* a *disperzie* náhodnej premennej  $X$  použijeme vzťahy:

$$E(X) = n \cdot p = 40 \cdot \frac{1}{12}, \quad D(X) = n \cdot p \cdot q = 40 \cdot \frac{1}{12} \left(1 - \frac{1}{12}\right).$$

Počítame *pravdepodobnosť*:  $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - F(4)$ . Namiesto dosadzovania do vzorca opäť výhodne použijeme

```
octave:9> 1-binomial_cdf(4,40,1/12)
```

```
ans = 0.2379
```

**Príklad** Zariadenie registrujúce v priemere 5 častíc kozmického žiarenia za 24 hodín bolo odstavené 8 hodín. Aká je pravdepodobnosť toho, že by počas tejto doby zaregistrovalo: a) aspoň jednu, ale nanajvýš 3 častice; b) aspoň 4 častice?

*Riešenie:* Diskrétna náhodná premenná  $X$  v tomto príklade znamená počet zaregistrovaných častíc počas odstávky 8 hodín a má *Poissonovo* rozdelenie pravdepodobnosti s parametrom  $\lambda$ .

Platí:  $E(X) = \lambda = \frac{5 \cdot 8}{24} = \frac{5}{3}$ . Jej funkcia pravdepodobnosti (pravdepodobnostná tabuľka) je definovaná vzťahom:

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}, & \text{ak } x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{inak} \end{cases}.$$

a) Počítame *pravdepodobnosť*:  $P(1 \leq X \leq 3) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$

Na výpočet môžeme použiť

```
octave:16> poisson_pdf(3,5/3)
```

```
ans = 0.14574
```

```
octave:17> poisson_pdf(2,5/3)
```

```
ans = 0.26233
```

```
octave:18> poisson_pdf(1,5/3)
```

```
ans = 0.31479
```

Teda výsledok je  $0,31479 + 0,26233 + 0,14574 = 0,72286$ . Alebo

```
octave:19> poisson_cdf(3,5/3)-poisson_cdf(0,5/3)
```

```
ans = 0.72286
```

b) Počítame *pravdepodobnosť*:

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - F(3).$$

```
octave:20> 1-poission_cdf(3,5/3)
```

```
ans = 0.088267
```