Test 3

T3-1 Ktorá z nasledujúcich matíc

a) $\begin{pmatrix} \cos t & \sin t + \cos t \\ -\sin t & \cos t - \sin t \end{pmatrix}$;

b) $\begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}$;

c) $\begin{pmatrix} \cos t & 2\sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}$,

je fundamentálnou maticou riešení systému $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$, kde $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$?

T3-2 Ktorý zo systémov dvoch homogénnych diferenciálnych rovníc prvého rádu $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$, kde

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; c) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$,

má fundamentálnu maticu riešení $\mathbf{U}(t) = \begin{pmatrix} e^{i.t} & e^{-i.t} \\ ie^{i.t} & -ie^{-i.t} \end{pmatrix}$?

T3-3 Ktorá z nasledujúcich diferenciálnych rovníc

a) $x'' - px' + qx = 0$; b) $x'' + px' + qx = 0$; c) $x'' + px' - qx = 0$,

je ekvivalentná so systémom $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$, kde $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -q & -p \end{pmatrix}$?

T3-4 Nech $\mathbf{U}$ je fundamentálnou maticou riešení systému $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Potom partikulárne riešenie $x(t)$

a) môže byť vždy vyjadrené,

b) nemôže byť vždy vyjadrené,

v tvare

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{U}(t)\mathbf{x}(t_0) + \mathbf{U}(t)\int_{t_0}^{t} \mathbf{U}^{-1}(\tau)\mathbf{b}(\tau)d\tau\,?$$

T3-5 Nech $\mathbf{U}$ je fundamentálna matica riešení systému $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Nech $\mathbf{x}^*$ je nejaké riešenie systému $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}(t)$. Môže $\mathbf{x}^*$ byť vyjadrené v tvare

a) $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{U}(t)\int_{t_0}^{t} \mathbf{U}^{-1}(\tau)\mathbf{b}(\tau)d\tau$;

b) $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{U}^{-1}(t)\int_{t_0}^{t} \mathbf{U}^{-1}(\tau)\mathbf{b}(\tau)d\tau$;

c) $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{U}(t)\int_{t_0}^{t} \mathbf{b}(\tau)\mathbf{U}^{-1}(\tau)d\tau$?