4.8 Viacnásobné korene

Nech charakteristická rovnica (4.7) má s násobný koreň λ_i, potom systém funkcií

$$\lambda_i^{\,n}, n\lambda_i^{\,n}, \ldots, n^{s-1}\lambda_i^{\,n}$$

je systém lineárne nezávislých riešení rovnice (4.6).

Príklad 4.8.1 *Nájdime riešenie rovnice*

$$x(n+2) - 6x(n+1) + 9x(n) = 0.$$

Riešenie: Charakteristická rovnica je

$$\lambda^2 - 6\lambda + 9 = 0\,.$$

Jej korene sú $\lambda_{12} = 3$. Všeobecné riešenie je

$$x(n) = C_1 3^n + C_2 n 3^n$$

kde $C_1, C_2 \in \mathbf{R}$.

Všeobecnejší prípad koreňov ukážeme na nasledujúcom príklade.

Riešenie pomocou MAPLu so zadanými hodnotami $x(0), x(1)$:

- **rsolve({x(n+2) = 6*x(n+1) - 9*x(n)}, {x});**

$$\{\mathrm{x}(n) = \left(-\mathrm{x}(0) + \frac{1}{3}\mathrm{x}(1)\right)(n+1)\,3^n - \left(\frac{1}{3}\mathrm{x}(1) - 2\,\mathrm{x}(0)\right)3^n\}$$

Riešenie pomocou MATLABu:

```
>> r = maple('statement');
>> xn = maple('rsolve({x(n+2) = 6*x(n+1) - 9*x(n)}, {x})')
xn =
{x(n) = (-x(0)+1/3*x(1))*(n+1)*3^n-(1/3*x(1)-2*x(0))*3^n}
```

Príklad 4.8.2 *Nájdime všeobecné riešenie homogénnej lineárnej diferenčnej rovnice rádu* $k = 8$, *ak jej charakteristická rovnica má nasledujúce korene:*

$$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 4, \lambda_5 = \lambda_6 = i, \lambda_7 = \lambda_8 = -i\ .$$

Riešenie: Všeobecné riešenie je

$$x(n) = C_1 2^n + C_2 4^n + C_3 n 4^n + C_4 n^2 4^n +$$
$$+ (C_5 + nC_6)\cos\frac{n\pi}{2} + (C_7 + nC_8)\sin\frac{n\pi}{2}\cdot$$