4.7 Komplexné združené korene

Nech komplexná funkcia $u(n)+iv(n)$ je riešením rovnice (4.6), potom reálne funkcie $u(n), v(n)$ sú lineárne nezávislé riešenia rovnice (4.6). Ak

$$\lambda = \alpha + i\beta = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

je riešenie charakteristickej rovnice, tak

$$\lambda^n = (\alpha + i\beta)^n = \rho^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Potom dostávame $u(n) = \rho^n \cos n\varphi, v(n) = \rho^n \sin n\varphi$.

Príklad 2.4.2 *Nájdime riešenie rovnice*

$$x(n+2) + 2x(n+1) + 4x(n) = 0.$$

Riešenie: Charakteristická rovnica je

$$\lambda^2 + 2\lambda + 4 = 0.$$

Jej korene sú $\lambda_{12} = -1 \pm i\sqrt{3}$. Odtiaľ $\rho = 2, \varphi = \frac{2\pi}{3}$. Všeobecné riešenie danej rovnice je

$$x(n) = C_1 2^n \cos\frac{2\pi}{3}n + C_2 2^n \sin\frac{2\pi}{3}n$$

kde $C_1, C_2 \in \mathbf{R}$.
Riešenie pomocou MAPLu so zadanými hodnotami $x(0), x(1)$:

```
> rsolve({x(n+2) = -2*x(n+1) - 4*x(n)}, {x});
```

$$\{x(n) = -\frac{1}{6} I\,(x(0)\sqrt{3} + 3I\,x(0) + x(1)\sqrt{3})\,(-1+\sqrt{3}\,I)^n$$

$$-\frac{1}{6} I\,(-x(0)\sqrt{3} + 3I\,x(0) - x(1)\sqrt{3})\,(-1-\sqrt{3}\,I)^n\}$$

Riešenie pomocou MATLABu

```
>> r = maple('statement');
>> xn = maple('rsolve({x(n+2) = -2*x(n+1) - 4*x(n)}, {x})')
xn =

{x(n) = (-1/6*i*x(1)*3^(1/2)-1/2*x(1)+1/3*i*x(0)*3^(1/2)-x(0))*(4/(-1+i*3^(1/2)))^n/(-
1+i*3^(1/2))-1/6*i*3^(1/2)*(x(1)+i*x(1)*3^(1/2)-2*x(0)+2*i*x(0)*3^(1/2))*(-
4/(1+i*3^(1/2)))^n/(1+i*3^(1/2))}
```