4.5 Diferenčné rovnice s konštantnými koeficientmi

Najskôr uvažujme homogénnu diferenčnú rovnicu (4.2) s konštantnými koeficientmi

$$a_0 x(n+k) + \ldots + a_{k-1} x(n+1) + a_k x(n) = 0 \qquad (4.6)$$

Riešenie rovnice (4.6) budeme hľadať v tvare $x(n) = \lambda^n$, kde konštanta $\lambda \neq 0$ bude určená. Po dosadení $x(n) = \lambda^n$ do danej rovnice a úprave dostávame

$$a_0 \lambda^k + \ldots + a_{k-1} \lambda + a_k = 0 . \qquad (4.7)$$

Táto rovnica sa nazýva **charakteristická rovnica** diferenčnej rovnice (4.6) a polynóm $P_k(\lambda) = a_0 \lambda^k + \ldots + a_{k-1} \lambda + a_k$ sa nazýva **charakteristický polynóm** rovnice (4.6).

Z elementárnej algebry vieme, že charakteristická rovnica (4.7) môže mať *reálne rôzne korene, komplexne združené korene, násobné korene* . Uvedieme postup konštrukcie všeobecného riešenia, danej rovnice, v závislosti na koreňoch charakteristickej rovnice. Jednotlivé prípady budú ilustrované na jednoduchých príkladoch.