4.4 Lineárna nehomogénna diferenčná rovnica

Lineárna nehomogénna diferenčná rovnica má podobné vlastnosti ako lineárna nehomogénna diferenciálna rovnica.

Veta4.4.1 *Nech funkcie* $x_1(n), x_2(n), \ldots, x_k(n)$ *definované na množine* M *sú lineárne nezávislé riešenia homogénnej diferenčnej rovnice (tvoria fundamentálny systém riešení) (4.2). Všeobecné riešenie* $x(n)$ *nehomogénnej diferenčnej rovnice (4.1) má tvar*

$$x(n) = \sum_{i=1}^{k} C_i x_i(n) + x^*(n), n \geq n_0 \qquad (4.5)$$

kde $C_i, i = 1,2,\ldots,k$ *sú ľubovoľné konštanty a* $x^*(n)$ *je nejaké riešenie nehomogénnej diferenčnej rovnice (4.1).*

Nech funkcie $x_1(n), x_2(n), \ldots, x_k(n)$ tvoria fundamentálny systém riešení rovnice (4.2). Partikulárne riešenie $x^*(n)$ rovnice (4.1) nájdeme v tvare

$$x^*(n) = \sum_{i=1}^{k} C_i(n) x_i(n)$$

kde $C_i(n), i = 1,2,\ldots,k;$ sú neznáme funkcie. Partikulárne riešenie $x^*(n)$ môžeme nájsť pomocou metódy variácie konštánt nasledovne. Po dosadení do rovnice (4.2) a úprave:

$$C_i(n+1) = C_i(n) + \Delta C_i(n) \ ,$$

dostaneme sústavu rovníc pre neznáme funkcie $\Delta C_i(n), i = 1,2,\ldots,k;$

$$\sum_{i=1}^{k} \Delta C_i(n) x(n+m) = 0, \ \ m = 1,2,\ldots,k-1,$$
$$a_0(n) \sum_{i=1}^{k} \Delta C_i(n) x(n+k) = f(n).$$

Ak

$$\Delta C_i(n) = \varphi_i(n), i = 1,2,\ldots,k;$$

dostaneme pre $C_i(n_0) = 0$, $C_i(n_0 + k) = \sum_{j=0}^{k-1} \varphi_i(n_0 + j)$.