4.3 Homogénne lineárne diferenčné rovnice

Lineárna homogénna diferenčná rovnica má podobné vlastnosti ako lineárna diferenciálna rovnica.

Definícia 4.3.1 *Diskrétne funkcie*

$$x_1(n), x_2(n), \ldots, x_k(n) \quad (n \in \{0,1,2,\ldots\} = M)$$

sú lineárne nezávislé vtedy a len vtedy, ak existujú reálne konštanty $k_1, k_2, \ldots, k_k$, *nie všetky nulové také, že*

$$k_1 x_1(n) + k_2 x_2(n) + \ldots + k_k x_k(n) = 0$$

platí pre všetky $n \in M$.

Ak funkcie $x_1(n), x_2(n), \ldots, x_k(n)$, $n \in M$ sú lineárne nezávislé, tak

$$W(n) = \begin{vmatrix} x_1(n) & \ldots & x_k(n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(n+k-1) & \ldots & x_k(n+k-1) \end{vmatrix} \neq 0$$

pre každé $n \in M$.

Definícia 4.3.2 *Množinu* k *lineárne nezávislých riešení*

$$x_1(n), x_2(n), \ldots, x_k(n) , \; n \in M$$

homogénnej diferenčnej rovnice (4.2) nazývame ***bázou*** *alebo* ***fundamentálnym systémom riešení rovnice*** *(4.2).*

Definícia 4.3.3 *Ak fundamentálny systém* $x_1(n), x_2(n), \ldots, x_k(n)$ *homogénnej diferenčnej rovnice (4.2) existuje, tak každé riešenie* $x(n)$ *danej rovnice môžeme vyjadriť v tvare*

$$x(n) = \sum_{i=1}^{k} C_i x_i(n) , n \geq n_0 \qquad (4.4)$$

kde $C_i, i = 1,2,\ldots,k$ *sú ľubovoľné konštanty. Riešenie dané vzťahom (4.4) sa nazýva* ***všeobecné riešenie*** *rovnice (4.2).*

Všeobecné riešenie rovnice (4.2) obsahuje všetky riešenia rovnice (4.2).