4.2 Niektoré vlastnosti lineárnych diferenčných rovníc

Uvažujme lineárnu diferenčnú rovnicu k -tého rádu v tvare

$$a_0(n)x(n+k)+\ldots+a_{k-1}(n)x(n+1)+a_k(n)x(n)=f(n) \qquad (4.1)$$

kde $a_i(n), i=1,2,\ldots,k$; $f(n)$ sú diskrétne funkcie definované pre $n=0,1,\ldots$; $a_0(n)\neq 0, a_k(n)\neq 0$, pre $n=0,1,\ldots$. Rad diferenčnej rovnice (4.1) je definovaný, ako rozdiel medzi najväčším a najmenším explicitne uvedeným argumentom.

Ukážeme, že rovnica (4.1) má oveľa jednoduchšie vlastnosti keď funkcia $f(n)$ na pravej strane je identicky rovná nule. Potom rovnicu

$$a_0(n)x(n+k)+\ldots+a_{k-1}(n)x(n+1)+a_k(n)x(n)=0 \qquad (4.2)$$

nazývame **homogénnou diferenčnou rovnicou.** Ak $f(n)$ nie je identicky rovná nule tak hovoríme, že (4.1) je **nehomogénna diferenčná rovnica.**

Funkcia $g(n)$ je riešením danej diferenčnej rovnice (4.1) ak dosadením $g(n)$ do (4.1) dostaneme identitu, keď $x(n),\ldots,x(n+k)$ nahradíme s $g(n),\ldots,g(n+k)$, pre všetky n kde je (4.1) definovaná.

Budeme hľadať partikulárne riešenia danej diferenčnej rovnice (4.1) k - tého rádu pre $n=0,1,\ldots$, t.j., ak poznáme k po sebe idúcich hodnôt, nazývaných **začiatočné podmienky**

$$x(n_0)=x_0, x(n_0+1)=x_1,\ldots,x(n_0+k-1)=x_{k-1}. \qquad (4.3)$$

Diferenčnú rovnicu (4.1) alebo (4.2) spolu s podmienkami (4.3) nazývame **začiatočná úloha.**