4.12 Riešenie pomocou Z –transformácie

V nasledujúcom príklade ukážeme ako môžeme využiť niektoré vlastnosti Z -transformácie (pozri Prílohu Z) pri riešení diferenčných rovníc.

Príklad *Nájdime riešenie systému diferenčných rovníc*

$$x(n+1) = 2x(n) - y(n),$$
$$y(n+1) = \quad 4y(n),$$

ak $x(0) = 1,\ y(0) = 2$.

Riešenie: Aplikáciou Z -transformácie na danú sústavu diferenčných rovníc, dostávame

$$Z[x(n)] = X(z),$$
$$Z[x(n+1)] = zX(z) - zx(0) = zX(z) - 1\cdot z,$$
$$Z[y(n)] = Y(z),$$
$$Z[y(n+1)] = zY(z) - zy(0) = zY(z) - 2\cdot z.$$

Potom

$$zX(z) - 1\cdot z = zX(z) - Y(z),$$
$$zY(z) - 2\cdot z = \quad 4Y(z).$$

Odtiaľ dostávame

$$X(z) = \frac{z}{z-2} - \frac{2z}{(z-2)(z-4)} = 2\cdot\frac{z}{z-2} - \frac{z}{z-4},$$

$$Y(z) = 2\cdot\frac{z}{z-4}.$$

Inverznou Z –transformáciou dostávame

$$x(n) = 2\cdot 2^n - 4^n, \quad y(n) = 2\cdot 4^n.$$

Riešenie pomocou MAPLu:

```
> rsolve({x(n+1) = 2*x(n) - y(n),y(n+1)=4*y(n),x(0)=1,y(0)=2},
{x,y});
```

$$\{x(n) = -4^n + 2\,2^n,\ y(n) = 2\,4^n\}$$