4.1 Základné pojmy

Lineárne *Cieľom tejto kapitoly je štúdium základných vlastností lineárnych diferenčných rovníc, predovšetkým s konštantnými koeficientmi.*

Pre $n = 0,1,\ldots$, a funkciu $x(n)$ je definovaný diferenčný operátor Δ nasledovne

$$\Delta x(n) = x(n+1) - x(n) \ .$$

Vyššie obyčajné diferencie pre prirodzené číslo m sú definované nasledovne

$$\Delta^{m+1} x(n) = \Delta\left[\Delta^m x(n)\right] .$$

Diferenčná rovnica jednej nezávislej premennej $n \in \mathbf{N}$ a jednej neznámej funkcie $u(n)$ je funkcionálna rovnica , ktorá má tvar

$$f(n, u(n), u(n+1), \ldots, u(n+k)) = 0 ,$$

kde f je daná funkcia premennej n a $u(n)$ sú hodnoty hľadanej funkcie $u(n)$ pre $n = 0,1,\ldots$.

Pri štúdiu tejto kapitoly je potrebné mať základné vedomosti z: lineárnych diferenciálnych rovníc s konštantnými koeficientmi, Z- transformácie, funkcie komplexnej premennej, vlastných hodnôt a vlastných vektorov matíc.

Diferenčné rovnice potrebujeme v prípadoch keď buď nezávislé premenná je diskrétna alebo matematicky je výhodnejšie použiť diskrétnu premennú. Uvedieme niektoré špeciálne diferenčné rovnice a ich vlastnosti, ktoré sú podobné diferenciálnym rovniciam z prvej kapitoly.

- **Prey Predator Model**

Je popísaný nasledovne

$$\begin{aligned} x(n+1) - x(n) &= -ax(n) + bx(n)y(n), \quad a, b > 0, \\ y(n+1) - y(n) &= py(n) - qx(n)y(n), \quad p, q > 0 \end{aligned}$$

a zadanými hodnotami $x(0)$, $y(0)$. Hľadáme $x(1)$, $y(1)$, $x(2)$, $y(2)$,…v uvedenom poradí.

- **Competition Model**

Je zadaný nasledovne

$$\begin{aligned} x(n+1) - x(n) &= ax(n) - bx(n)y(n), \quad a, b > 0 \\ y(n+1) - y(n) &= py(n) - qx(n)y(n), \quad p, q > 0. \end{aligned}$$