5.8 Cvičenia

1. Vyšetrite stabilitu nasledujúcich rovníc:

   a) $x''+4x'+5x=0;$ [[asymptoticky stabilné;]]

   b) $x^{(4)}+2x''+x=0;$ [[nestabilné;]]

   c) $x^{(6)}+64x=0.$ [[nestabilné;]]

2. Určíte druh stacionárnych bodov pre nasledujúce systémy:

   a) $x'=x-y,\ y'=2x+3y;$ [[nestabilné ohnisko;]]

   b) $x'=-x+4y,\ y'=-9x+y;$ [[stabilný stred;]]

   c) $x'=-2x-3y,\ y'=x+y;$ [[stabilné ohnisko;]]

   d) $x'=x-2y,\ y'=-3x-3y.$ [[nestabilné ohnisko.]]

3. Vyšetrite stabilitu nulového riešenia pre nasledujúce systémy:

   a) $x'=2x+y,\ y'=-9x-4y;$ [[asymptoticky stabilné;]]

   b) $x'=-x-5y,\ y'=x+y;$ [[stabilné;]]

   c) $x'=x-2y,\ y'=-3x-3y.$ [[nestabilné.]]

4. Použitím metódy Lyapunovových funkcií zistite stabilitu nulového riešenia nasledujúcich systémov:

   a) $x'=3y-x^3,\ y'=-2x-y^7;$ [[asymptoticky stabilné, $v(x,y)=2x^2+3y^2;$]]

   b) $x'=4y-x^3,\ y'=-3x-y^3;$ [[asymptoticky stabilné; $v(x,y)=3x^2+4y^2;$]]

   c) $x'=y-xy^2, y'=-x^3.$ [[asymptoticky stabilné; $v(x,y)=x^4+2y^2.$]]