1.5 Cvičenia

1. Pomocou MATLABu určite charakteristický polynóm, vlastné hodnoty a vlastné vektory matice

a) $A = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$;

[[s = k^2-13*k+30;
Vlastvektory =
0.8944 -0.8321
0.4472 0.5547
Vlastnhodnoty =
10 0
0 3]]

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

[[s =k^2-2*k
Vlastvektory =
-0.7071 -0.7071
-0.7071 0.7071
Vlastnhodnoty =
0 0
0 2]]

c) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

[[s = k^3-12*k^2+45*k-54
Vlastvektory =
-0.5571 0.0000 -0.0000
-0.7428 -0.7071 -0.7071
-0.3714 0.7071 0.7071
Vlastnhodnoty =
6.0000 0 0
0 3.0000 0
0 0 3.0000]]

2. Určite $e^{\mathbf{A}t}$ pre nasledujúce matice.

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$; [[$\begin{pmatrix} -2e^{-2t}+3e^{-t} & -2e^{-2t}+2e^{-t} \\ 3e^{-2t}-3e^{-t} & 3e^{-2t}-2e^{-t} \end{pmatrix}$]]

b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [[$\begin{pmatrix} e^{-t}/2+e^{t}/2 & -e^{t}/2+e^{-t}/2 \\ -e^{t}/2+e^{-t}/2 & e^{-t}/2+e^{t}/2 \end{pmatrix}$]]

c) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -8 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$; [[$\begin{pmatrix} e^{-t} & 2e^{-t}-2e^{-2t} & -4e^{-2t}+4e^{-4t} \\ 0 & e^{-2t} & 2e^{-2t}-2e^{-4t} \\ 0 & 0 & e^{-4t} \end{pmatrix}$]]

d) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -8 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.

[[$\begin{pmatrix} e^{-t} & 2e^{-t} - 2e^{-2t} & -4e^{-2t} + 4e^{-4t} \\ 0 & e^{-2t} & 2e^{-2t} - 2e^{-4t} \\ 0 & 0 & e^{-4t} \end{pmatrix}$]]

3. Určíte $\mathbf{A} = e^{\overline{\mathbf{A}}}$, ak

$\overline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

[[$\begin{pmatrix} 0{,}62887 & 0{,}01916 & 1{,}08478 \\ 0{,}13585 & 0{,}47386 & 0{,}01916 \\ 0{,}19334 & 0{,}15501 & 0{,}00304 \end{pmatrix}$]]