

9.3 Durbin – Watsonova charakteristika

Pri vyrovňovaní časových radov regresnými modelmi (napríklad lineárnym modelom trendu v tvare $y_t = B_0 + B_1 t + \varepsilon_t$, pre $t = 1, 2, \dots, N$) sa po odhade parametrov modelu musíme (okrem skúmania štandardnej odchýlky rezíduí a testovania štatistickej významnosti parametrov modelu) zaoberať hlavne skúmaním nezávislosti rezíduí, pretože v časových radoch sa tento predpoklad veľmi často porušuje.

Nekorelovanosť testujeme pomocou prvého koeficientu autokorelácie

$H_0 : \rho_1 = 0$ autokorelácia nie je, t.j. $\text{cov}(e_t, e_{t-1}) = 0$,

$H_1 : \rho_1 \neq 0$ autokorelácia.

Testovanie nezávislosti rezíduí pomocou Durbin – Watsonovej charakteristiky chápeme preto ako ďalšiu dôležitú charakteristiku modelu. Durbin – Watsonova charakteristika rezíduí je daná vzťahom

$$D - W = \frac{\sum_{t=2}^N (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^N e_t^2},$$

kde $e_t = y_t - \hat{y}_t$, pre $t = 1, 2, \dots, N$.

Hodnoty testovacej charakteristiky sú z intervalu $\langle 0, 4 \rangle$. V praxi sa pri interpretácii používajú tieto zjednodušené kritériá:

- Ak $D - W = 2$, rezíduá modelu sú nezávislé a model ktorým sa vyrovňával časový rad považujeme za dobrý (zložky sú nezávislé, nie je autokorelácia).
- Ak sa $D - W$ približuje k nule, medzi náhodnými zložkami existuje pozitívna autokorelácia, rezíduá modelu sú kladne autokorelované a model je nevyhovujúci.
- Ak sa $D - W$ približuje k hodnote 4, medzi zložkami existuje negatívna autokorelácia, rezíduá modelu sú záporne autokorelované a model je nevyhovujúci.

Poznámka Vzhľadom na to, že ide o test, hodnotu testovacej charakteristiky $D - W$ porovnávame s odpovedajúcimi kritickými hodnotami, pre ktoré existujú tabuľky. Hodnoty $D - W$ porovnávame na danej hladine významnosti s kritickými hodnotami $d_{L,\alpha}$ (dolné ohraničenie – lower limit) a $d_{U,\alpha}$ (horné ohraničenie – upper limit), ktoré sú uvedené pre rôzne hodnoty hladiny významnosti α , rôzne rozsahy výberov a počet odhadovaných parametrov.

Možnosti testovania uvedené napríklad v práci Hudec, O. – Sisáková, J. – Tartaľová, A. – Želinský, T.: Štatistické metódy v ekonomických vedách. Elfa, s.r.o., Košice 2007, 196 strán, ISBN 978-80-8086-059-2.

V prípade testu pozitívnej autokorelácie platí:

- Ak $D - W < d_{L,\alpha}$, hypotézu H_0 o neprítomnosti pozitívnej autokorelácie zamietame a prijmeme hypotézu H_1 o pozitívnej autokorelácii náhodných chýb.
- Ak $D - W > d_{U,\alpha}$, hypotézu H_0 o neprítomnosti pozitívnej autokorelácie nezamietame a prijmeme hypotézu H_1 , t.j. náhodné chyby nie sú pozitívne autokorelované.

- Ak $d_{L,\alpha} < D - W < d_{U,\alpha}$, tak výsledok testu je nejasný, nemôžeme tvrdiť, že náhodné chyby sú pozitívne autokorelované ani to, že nie sú pozitívne autokorelované.

V prípade testu negatívnej autokorelácie platí:

- Ak $[4 - (D - W)] < d_{L,\alpha}$, hypotézu H_0 o neprítomnosti negatívnej autokorelácie zamietame a prijímame hypotézu H_1 o negatívnej autokorelácii náhodných chýb.
- Ak $[4 - (D - W)] > d_{U,\alpha}$, hypotézu H_0 o neprítomnosti negatívnej autokorelácie nezamietame a prijímame hypotézu H_1 , t.j. náhodné chyby nie sú negatívne autokorelované.
- Ak $d_{L,\alpha} < [4 - (D - W)] < d_{U,\alpha}$, tak výsledok testu je nejasný, nemôžeme tvrdiť, že náhodné chyby sú negatívne autokorelované ani, že nie sú negatívne autokorelované.

Možnosti testovania uvedené napríklad v práci Hanke, J.E. -- Reitsch, A.G.: Understanding Business Statistics. Homewood, IL 60430, Boston, MA 02116, 1991.

- Ak $D - W < d_{L,\alpha}$ rezíduá sú pozitívne autokorelované.
- Ak $D - W > d_{U,\alpha}$ rezíduá nie sú autokorelované.
- Ak $d_{L,\alpha} < [4 - (D - W)] < d_{U,\alpha}$, tak výsledok testu je nejasný.

Možnosti testovania uvedené napríklad v práci Arlt, J. – Artlová, M. – Rublíková, E.: Analýza ekonomických časových řad s příklady. 2002

$D - W$	
$4 - d_{L,\alpha} < D - W < 4$	H_0 sa zamietá – autokorelácia
$4 - d_{U,\alpha} < D - W < 4 - d_{L,\alpha}$	nevieme rozhodnúť, je potrebné viac hodnôt
$2 < D - W < 4 - d_{U,\alpha}$	prijímame H_0 - nie je autokorelácia
$d_{U,\alpha} < D - W < 2$	prijímame H_0 - nie je autokorelácia
$d_{L,\alpha} < D - W < d_{U,\alpha}$	nevieme rozhodnúť, je potrebné viac hodnôt
$0 < D - W < d_{L,\alpha}$	H_0 sa zamietá – autokorelácia

Uvedené kritériá voľby trendovej funkcie sa používajú na popis minulosti („interpolačné“ kritériá). Vhodný model v tomto prípade hľadáme analýzou minulého správania sa časového radu. Pre predpoveď budúceho vývoja sa používajú tzv. extrapoláčn é kritériá.

Najčastejší spôsob použitia extrapoláčných kritérií je založený na simulácii. Tá spočíva v tom, že z analyzovaného časového radu vynecháme určitú časť pozorovaní a vhodnosť voľby trendovej funkcie posudzujeme podľa toho, ako dobre dokáže extrapolovať tieto pozorovania (model podrobíme skúške zo schopnosti prognózovania). Modely, ktoré boli úspešné pri popisovaní minulosti, nemusia byť vhodné na predpoveď budúceho vývoja (asi 50-60% z nich však je vhodná).