

## 5.8 Gompertzov trend

**Gompertzov trend** má tvar

$$Tr_t = ka_0^{a_1^t}$$

kde  $a_0, a_1$  sú neznáme parametre,  $k$  je neznámy parameter ohraničenia a  $t = 1, 2, \dots, n$  je časová premenná.

Model reprezentuje *S-krivku*. *S-krivky* sú trendové funkcie, ktoré sa používajú na opis trendu vývoja predaja nového výrobku. Zo začiatku hodnoty rastú pomaly, pretože spotrebiteľ nemá o novom výrobku ešte informácie. Po určitom čase, napr. vplyvom reklamy, jeho predaj rastie rýchlejšie a nakoniec sa ustáli na určitej konštante.

Na uskutočnenie odhadu parametrov funkciu najskôr linearizujeme

$$\ln Tr_t = \ln k + a_1^t \ln a_0,$$

použijeme substitúciu, ktorá zmení danú rovnicu na predpis modifikovaného exponenciálneho trendu a parametre modifikovaného exponenciálneho trendu vypočítame použitím metódy čiastočných súčtov, ktorá je vysvetlená v predchádzajúcej časti.

**Príklad 5.8** Od 1.1.2008 začala v Bratislave vysielat' nová súkromná rozhlasová stanica, zameraná na stredný prúd populárnej hudby a na regionálnu publicistiku. Súčasne so zahájením vysielania si táto stanica necháva každý mesiac po dobu jedného a pol roka od špecializovanej agentúry zaoberajúcej sa mediálnymi výskumami robiť prieskum sledovanosti svojho vysielania. Údaje sú v tabuľke. Určme parametre Gompertzovej trendovej krivky.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
y	1,2	1,3	1,7	2,3	3	3,8	4,9	5,9	6,6	7	7,2	7,4	7,5	7,4	7,4	7,7	7,6	7,4

*Riešenie:*

t	y	lny	$T_r$
1	1,2	0,182321557	0,551
2	1,3	0,262364264	1,171
3	1,7	0,530628251	2,006
4	2,3	0,832909123	2,945
5	3	1,098612289	3,875
6	3,8	1,335001067	4,712
suma S1		4,241836551	
7	4,9	1,589235205	5,419
8	5,9	1,774952351	5,987
9	6,6	1,887069649	6,428
10	7	1,945910149	6,763
11	7,2	1,974081026	7,012
12	7,4	2,00148	7,196
suma S2		11,17272838	

13	7,5	2,014903021	7,330
14	7,4	2,00148	7,428
15	7,4	2,00148	7,498
16	7,7	2,041220329	7,548
17	7,6	2,028148247	7,584
18	7,4	2,00148	7,610
suma S3		12,0887116	

$$Tr_t = k a_0^{a_1^t}$$

$$\ln Tr_t = \ln k + a_1^t \ln a_0, \quad Tr_t \approx y$$

$$S_1 = \sum_{t=n-3m+1}^{n-2m} \ln y_t \quad S_2 = \sum_{t=n-2m+1}^{n-m} \ln y_t \quad S_3 = \sum_{t=n-m+1}^n \ln y_t$$

$$\text{Pre neznáme parametre } a'_0, a_1, k' \text{ platí: } \ln k = k', \quad \ln a_0 = a'_0$$

$$a_1 = \sqrt[m]{\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}}$$

$$a'_0 = \frac{(S_3 - S_2) \cdot (a_1 - 1)}{(a_1^m - 1)^2 \cdot a_1^{n-2m+1}}$$

$$k' = \frac{S_2 - a'_0 \cdot a_1^{n-2m+1} \cdot \frac{a_1^m - 1}{a_1 - 1}}{m}$$

$$a_1 = 0,7137$$

$$a'_0 = -3,6916 = \ln a_0 \rightarrow a_0 = 0,0249$$

$$k' = 2,038 = \ln k \rightarrow k = 7,6752$$

$$Tr_t = 7,6752 \cdot 0,0249^{0,7137^t}$$