

## 5.5 Exponenciálny trend

Exponenciálny trend má tvar

$$Tr_t = A \cdot B^t,$$

kde  $A, B$  sú neznáme parametre a  $t = 1, 2, \dots, n$  je časová premenná. Ak rovnicu zlogaritmujeme, dostaneme

$$\ln Tr_t = \ln(A \cdot B^t) = \ln A + t \cdot \ln B$$

použitím substitúcie  $z = \ln Tr_t$ ,  $a_0 = \ln A$ ,  $a_1 = \ln B$

ju prepíšeme na rovnicu  $z = a_0 + a_1 t$ , konštanty  $a_0, a_1$  sú riešením sústavy rovníc

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n t_i &= \sum_{i=1}^n \ln y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n (t_i)^2 &= \sum_{i=1}^n t_i \cdot \ln y_i \end{aligned}$$

$$A = e^{a_0}, \quad B = e^{a_1}.$$

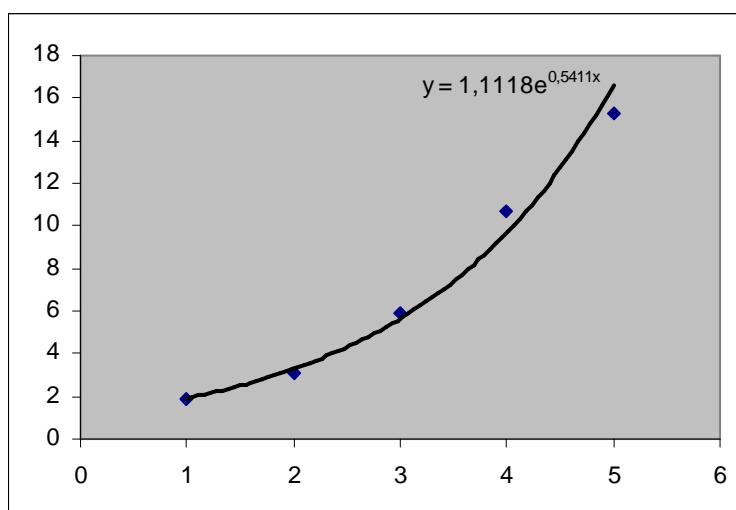
Ak chceme získať predpoveď očakávanej hodnoty v čase  $t_{n+1}$ , dosadíme túto hodnotu do nájdennej rovnice, teda

$$y_p = Tr_{n+1} = A \cdot B^{t_{n+1}}.$$

**Príklad 5.5** Údaje o zisku spoločnosti XY (v mil. Sk) za posledných 5 rokov sú v tabuľke. Na základe grafického zobrazenia hodnôt ČR zvolíme vhodný model trendu a vypočítajte hodnotu zisku v nasledujúcom roku.

t	1	2	3	4	5
y	1,9	3,1	5,9	10,7	15,3

*Riešenie:*





Exponenciálny trend má tvar  $Tr_t = A \cdot B^t$ , túto rovnicu upravíme na rovnicu  $z = a_0 + a_1 \cdot t$ , konštanty  $a_0, a_1$  sú riešením sústavy rovníc

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n t_i &= \sum_{i=1}^n \ln y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n (t_i)^2 &= \sum_{i=1}^n t_i \cdot \ln y_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5a_0 + 15a_1 &= 8,6463 \\ 15a_0 + 55a_1 &= 31,3498 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,106 & \Rightarrow & A = e^{a_0} = 1,1118 \\ a_1 &= 0,5411 & \Rightarrow & B = e^{a_1} = 1,7179 \end{aligned}$$

Pomocou Excelu, využitím príkazu *Nástroje - Analýza dát - Regresia*

Pole  $Y$  – označíme hodnoty  $\ln y$

Pole  $X$  – označíme hodnoty  $t$

### Výstup z EXCEL-u:

#### VÝSLEDEK

	Koeficienty	Chyba stř. hodnoty	$t$ stat	Hodnota $P$	Dolní 95%	Horní 95%
Hranice	<b>0,1060</b>	0,0904	1,1723	0,3257	-0,1818	0,3938
Soubor X 1	<b>0,5411</b>	0,0273	19,8445	0,0003	0,4543	0,6279

$$A = e^{0,1060} = \mathbf{1,1118}$$

$$B = e^{0,5411} = \mathbf{1,7179}$$

Hľadaná krivka má tvar:  $Tr_t = 1,1118 \cdot 1,7179^t$

Hodnota pre  $t = 6$  :  $Tr_6 = 1,1118 \cdot 1,7179^6 = 28,5744$ .

### Výstup z MAPLE-u:

```
> with(stats):Tvalues:=[1,2,3,4,5]:
Zvalues:=[ln(1.9),ln(3.1),ln(5.9),ln(10.7),ln(15.3)]:

> ZTrt:=fit[leastsquare][[t,z],z=a0+a1*t,{a0,a1}]]([Tvalues,
Zvalues]);
ZTrt := z = 0.1060091310+ 0.5410839510t

> Tr6:=exp(.1060091310)*exp(.5410839510)^6;
Tr6 := 28.57444644
```