

9.6 Stacionárne časové rady

Priama štatistická analýza časových radov, napríklad pri analýze cien na finančnom trhu, môže byť dosť obtiažna, pretože jednotlivé ceny sú obvyčajne silne korelované a ich rozptyl kolíše s časom. Preto sa časové rady obvyčajne analyzujú až po rôznych transformáciách. Najčastejšie sa používajú nasledujúce transformácie pôvodného časového radu y_t :

$$x_t^* = y_t - y_{t-1}, \quad x_t' = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}, \quad x_t = \log \frac{y_t}{y_{t-1}}.$$

Cieľom vytvorenia odvodeného časového radu je odstrániť, ak je to možné, kolísanie rozptylu v závislosti na čase. Pre vytvorenie niektorých modelov umožňujúcich robiť prognózy, napríklad Box - Jenkinsove modely, môžeme použiť len stacionárne časové rady.

Hovoríme, že časový rad je striktnie stacionárny, ak pravdepodobnostné rozdelenie (y_{t1}, \dots, y_{tk}) je rovnaké ako rozdelenie $(y_{t1+h}, \dots, y_{tk+h})$.

Väčšinou vystačíme so slabšou podmienkou. Hovoríme, že časový rad je slabo stacionárny, ak stochastický proces má konštantnú strednú hodnotu, konštantný rozptyl a $Cov(y_t, y_s) = Cov(y_{t+h}, y_{s+h})$, pre každé h (definíciu kovariancie Cov nájdete v prílohách). Slabo stacionárne rady budeme ďalej nazývať krátko stacionárnymi.

Rady, ktoré obsahujú trend, sú nestacionárne. To znamená, že musíme pôvodný rad „očistiť“ od trendu ešte pred jeho ďalšou analýzou. Dôležitým ukazovateľom, ktorý nám napovedá, aký typ modelu je vhodné pre daný časový rad použiť, je správanie sa tzv. **autokorelačnej funkcie** $\rho_k = Corr(y_t, y_{t+k})$. Jej hodnoty môžeme odhadnúť pomocou koeficientov r_k .

Grafickým znázornením bodov (k, r_k) dostávame tzv. **korelogram**. Korelogram je teda grafické znázornenie autokorelácie pre rôzne dĺžky časového radu.

Pri stanovení vhodného modelu časového radu je potrebné určiť hodnotu $k = k_0$ tak, že pre $k \geq k_0$ sú hodnoty autokorelačnej funkcie ρ_k „nulové“. Pretože obvyčajne poznáme iba odhady r_k hodnôt autokorelačnej funkcie, je dôležité určiť, aké má byť r_k , aby sme s vopred danou spoľahlivosťou mohli tvrdiť, že $\rho_k = 0$. Pri určovaní hodnoty k_0 sa využíva nasledujúca vlastnosť náhodných premenných.

Náhodná premenná s nulovou strednou hodnotou a normálnym rozdelením prekročí v absolútnej hodnote dvojnásobok svojej smerodajnej odchýlky s pravdepodobnosťou približne 0.05 (5%).

Môžeme zvoliť nasledujúci postup. Postupne budeme počítat odhady hodnôt autokorelačnej funkcie ρ_k pomocou koeficientov r_k . Pre $\rho_k = 0$, kde $k \geq k_0$, je odhadom smerodajnej odchýlky $\sigma(r_k)$, kde

$$\sigma(r_k) \approx \sqrt{\frac{1}{n} \left(1 + 2 \sum_{j=1}^{k_0} r_j^2 \right)}, \quad k > k_0,$$

pričom n je počet pozorovaných hodnôt. Hodnotu $|r_k|$ teda porovnáme s $2\sigma(r_k)$. Ak je $2\sigma(r_k) > |r_k|$ pre $k > k_0$, tak prijímame hypotézu $\rho_k = 0$ pre $k > k_0$.

Príklad 9.3 Zostavme korelogram časového radu

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	54	62	67	69	73	73	78	81	84	87	91	93

Riešenie:

k	1	2	3	4	5	6
r_k	0,69	0,45	0,26	0,07	-0,07	-0,23

