

9.5 Autokorelačná funkcia rezíduí

Okrem Durbin – Watsonovej charakteristiky rezíduí je cenným nástrojom skúmania nezávislosti rezíduí autokorelačná funkcia rezíduí.

Mnohé časové rady ekonomických premenných (napríklad HDP, investície, kurz USD, a iné) sa prejavujú ako časové rady závislých hodnôt, pretože napríklad veľkosť HDP_t v čase t závisí od HDP_{t-1} (od hodnoty HDP v predchádzajúcom období), pričom HDP_{t-1} záviselo od HDP_{t-2} atď.

Podobne sa dá uvažovať o investíciách. O časovom rade menového kurzu USD sa dá konštatovať, že sa v ňom prejavuje silná autokorelácia s časovým posunom jedno obdobie, pretože sa očakáva, že hodnota USD v čase t bude rásť, ak sa zvýšila v porovnaní s časom $t-1$. Ak sa predpokladá, že hodnoty v časovom rade y_t , $t = 1, 2, \dots, N$ sú medzi sebou závislé, potom budú medzi sebou závislé aj náhodné chyby e_t a následne sa dá očakávať aj vzájomná závislosť rezíduí, ktoré sú odhadom náhodných chýb.

Mierou lineárnej závislosti časovo posunutých radov rezíduí pre posuny $k = 1, 2, \dots$ sú koeficienty autokorelácie rezíduí definované vzťahom

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^N e_t \cdot e_{t-k}}{\sum_{t=1}^N e_t^2}.$$

Koeficienty autokorelácie nadobúdajú hodnoty z intervalu $\langle -1, 1 \rangle$. Graf, v ktorom na osi o_x sú časové posunutia $k = 1, 2, \dots$ a na osi o_y sú koeficienty autokorelácie r_k , sa nazýva autokorelačná funkcia (ACF).

Korelácia medzi dvoma náhodnými veličinami je často ovplyvnená tým, že tieto veličiny sú korelované s veličinou treťou. **Parciálne autokorelácie** udávajú informáciu o korelácii medzi veličinami y_t a y_{t-k} očistených o vplyv veličín ležiacich medzi nimi.

Príklad 9.2 V tabuľke sú štvrťročné údaje o vývoji priemernej nominálnej mesačnej mzdy v Sk zamestnanca istej firmy za obdobie 2001-2006. Vyhodnoťme vhodnosť modelu pomocou koeficientu autokorelácie, použijeme lineárny model trendu.

rok/štvrťrok	I	II	III	IV
2001	7152	7880	8098	9459
2002	8019	9019	9170	10481
2003	9033	9852	9918	11212
2004	9682	10583	10641	12027
2005	10497	11224	11150	12803
2006	11315	12064	12080	13989

Riešenie:

Pomocou Excelu vypočítame parametre trendu:

VÝSLEDEK

	Koeficienty	Chyba stŕ. hodnoty	t stat	Hodnota P	Dolní 95%	Horní 95%
Hranice	7589,1780	288,1212	26,3402	0,0000	6991,6507	8186,7044
Soubor X 1	217,3591	20,1643	10,7794	0,0000	175,5410	259,1773

Teda $Tr_t = 7589,178 + 217,3591t$.

V tabuľke sú hodnoty potrebné na výpočet koeficientu autokorelácie

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^N e_t \cdot e_{t-k}}{\sum_{t=1}^N e_t^2}, \quad \text{kde } e_t = y_t - \hat{y}_t, \text{ pre } t = 1, 2, \dots, N, k - \text{počet sezón}$$

t	y	T	e(t)	e(t)^2	e(t)*e(t-4)
1	7152	7806,56	-654,560	428448,7936	
2	7880	8023,92	-143,920	20712,9664	
3	8098	8241,28	-143,280	20529,1584	
4	9459	8458,64	1000,360	1000720,1296	
5	8019	8676	-657,000	431649,0000	430045,92000
6	9019	8893,36	125,640	15785,4096	-18082,10880
7	9170	9110,72	59,280	3514,1184	-8493,63840
8	10481	9328,08	1152,920	1329224,5264	1153335,05120
9	9033	9545,44	-512,440	262594,7536	336673,08000
10	9852	9762,8	89,200	7956,6400	11207,08800
11	9918	9980,16	-62,160	3863,8656	-3684,84480
12	11212	10197,52	1014,480	1029169,6704	1169614,28160
13	9682	10414,88	-732,880	537113,0944	375557,02720
14	10583	10632,24	-49,240	2424,5776	-4392,20800
15	10641	10849,6	-208,600	43513,9600	12966,57600
16	12027	11066,96	960,040	921676,8016	973941,37920
17	10497	11284,32	-787,320	619872,7824	577011,08160
18	11224	11501,68	-277,680	77106,1824	13672,96320
19	11150	11719,04	-569,040	323806,5216	118701,74400
20	12803	11936,4	866,600	750995,5600	831970,66400
21	11315	12153,76	-838,760	703518,3376	660372,52320
22	12064	12371,12	-307,120	94322,6944	85281,08160
23	12080	12588,48	-508,480	258551,9104	289345,45920
24	13989	12805,84	1183,160	1399867,5856	1025326,45600
				10286939,0400	8030369,57600

Koeficient autokorelácie vypočítame takto

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^N e_t \cdot e_{t-k}}{\sum_{t=1}^N e_t^2} = \frac{8030369,576}{10286939,0400} = 0,780637 < 0,9.$$

Čiže medzi náhodnými zložkami existuje významná pozitívna závislosť.