

4.3 Niektoré typy klzavých priemerov

Voľba dĺžky klzavých priemerov

Obyčajne dávame prednosť priemerom čo najmensej dĺžky. Dĺžku volíme podľa požadovaného stupňa vyhladenia časového radu.

V neperiodických časových radoch sa najčastejšie používajú dĺžky 3, 5, 7. V časových radoch so sezónnou alebo cyklickou zložkou je dĺžka klzavých priemerov rovná perióde sezónnej alebo cyklickej zložky.

Centrované klzavé priemery

Ak chceme z časového radu vylúčiť sezónne vplyvy, potom v štvrt'ročných časových radoch volíme dĺžku klzavej časti $m = 4$ a pri mesačných časových radoch volíme $m = 12$. Pretože dĺžka klzavej časti je teraz párne číslo $m = 2p + 1$, klzavé priemery priradujeme postupne bodom $t = p + 1, p + 2, \dots, n - p$.

Pre $m = 4$ je $p = 3/2 = 1,5$. Dostávame hodnoty medzi 2. a 3. štvrt'rokom, medzi 3. a 4. štvrt'rokom atď. To znamená, že najskôr vypočítame aritmetický priemer z prvých 4 hodnôt a priemernú hodnotu priradíme „prostrednému poradiu 2,5“, ďalej vypočítame priemer z ďalších 4 hodnôt a priemernú hodnotu priradíme „prostrednému poradiu 3,5“.

Takto vypočítané (necentrované KP_t) klzavé priemery nie sú najvhodnejšie z hľadiska porovnania skutočných hodnôt radu s hodnotami klzavých priemerov a preto ich centrujeme, t.j. vypočítame postupne priemer z každých dvoch po sebe idúcich hodnôt necentrovaných klzavých priemerov, tzn. vypočítame priemer z takto vypočítaných hodnôt a priradíme ho tretiemu riadku, ktorý leží medzi 2,5-tým a 3,5-tým riadkom.

Napríklad pre $m = 4$ dostávame centrované klzavé priemery

$$CKP_3(4) = (KP_{2,5} + KP_{3,5}) / 2,$$

$$CKP_4(4) = (KP_{3,5} + KP_{4,5}) / 2, \text{ atď.}$$

Pri riešení úloh môžeme použiť odvodené vzťahy, napr. pre $m = 4$:

$$\bar{y}'_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} \quad \text{a} \quad \bar{y}'_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4} \quad \text{a teda} \quad \bar{y}_1 = \frac{\bar{y}'_1 + \bar{y}'_2}{2}$$
$$\bar{y}_1 = \frac{\frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} + \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4}}{2} = \frac{1}{8}(y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 2y_4 + y_5)$$

V zjednodušenom zápise dostaneme systém váh v tvare:

$$\text{pre } m = 4: \frac{1}{8}[1, 2, 2, 2, 1]$$

$$\text{pre } m = 8: \frac{1}{16}[1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1],$$

$$\text{pre } m = 12: \frac{1}{24}[1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1].$$

V prípade, že časový rad má periódu dĺžky $2m$, klzavý priemer má tvar

$$\frac{1}{4m}(y_{t-m} + 2 \cdot y_{t-m+1} + \dots + 2 \cdot y_{t+m-1} + y_{t+m}).$$

Príklad 4.2 V nasledujúcej tabuľke sú štvrťročné údaje o počte vyrobených výrobkov určitej firmy v rokoch 2000-2002.

rok	2000				2001				2002			
štvrťrok	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
počet	30	44	45	37	34	49	41	35	33	51	47	32

Vyrovnajme časový rad centrovanými kľzavými priermi pre $m = 4$.

Riešenie: Riešenie úlohy urobíme troma spôsobmi.

A

Rok	Štvrťrok	Počet výrobkov	Necentrované KP	Centrované KP
2000	1	30		
	2	44		
	3	45	39,00	39,500
	4	37	40,00	40,625
2001	1	34	41,25	
	2	49	40,25	40,750
	3	41	39,75	40,000
	4	35	39,50	39,625
2002	1	33	40,00	39,750
	2	51	41,50	40,750
	3	47	40,75	41,125
	4	32		

- najskôr vypočítame aritmetický priemer z prvých 4 hodnôt a priemernú hodnotu priradíme „prostrednému poradiu 2,5“,
- ďalej vypočítame priemer z ďalšej a priemernú hodnotu priradíme „prostrednému poradiu 3,5“,
- nakoniec vypočítame priemer z takto vypočítaných hodnôt a priradíme ho tretiemu riadku, ktoré leží medzi 2,5-tym a 3,5-tym.

B

Iný spôsob riešenia je uvedený v nasledujúcej tabuľke.

Rok	Štvrťrok	Počet výrobkov	Centrovane klzavé priemery s váhami $\frac{1}{8}[1,2,2,2,1]$
2000	1	30	
	2	44	
	3	45	39,500
	4	37	40,625
2001	1	34	40,750
	2	49	40,000
	3	41	39,625
	4	35	39,750
2002	1	33	40,750
	2	51	41,125
	3	47	
	4	32	

$$39,500 = \frac{1}{8}[1 \cdot 30 + 2 \cdot 44 + 2 \cdot 45 + 2 \cdot 37 + 1 \cdot 34],$$

$$40,625 = \frac{1}{8}[1 \cdot 44 + 2 \cdot 45 + 2 \cdot 37 + 2 \cdot 34 + 1 \cdot 49], \dots$$

C

Riešenie pomocou EXCELU:

2000	1	30	#N/A
	2	44	#N/A
	3	45	#N/A
	4	37	39
2001	1	34	40
	2	49	41,25
	3	41	40,25
	4	35	39,75
2002	1	33	39,5
	2	51	40
	3	47	41,5
	4	32	40,75

Symetrické klzavé priemery

Ak predpokladáme kvadratický typ trendu, tak je výhodné použiť symetrické klzavé priemery druhého radu. Pre najčastejšie používané dĺžky klzavej časti je vhodné využiť zjednodušené vzťahy pre systém váh:

- pre klzavý priemer rozsahu 5 : $\frac{1}{35}(-3,12,17,12,-3)$,
- pre klzavý priemer rozsahu 7: $\frac{1}{21}(-2,3,6,7,6,3,-2)$,

- pre kĺzavý priemer rozsahu 9: $\frac{1}{231}(-21, 14, 39, 54, 59, 54, 39, 14, -21)$.

Koncové asymetrické priemery

Vyrovňaním časových radov pomocou kĺzavých priemerov pre nepárne m sa stráca prvých a posledných $\frac{m-1}{2}$ vyrovnaných hodnôt časového radu, pre párne m je to $\frac{m}{2}$ hodnôt.

Ak predpokladáme lineárny trend, koncové hodnoty (je v nich obsiahnutých obvyčajne najviac informácií pre budúci vývoj) môžeme odhadnúť pomocou koncových asymetrických kĺzavých priemerov prvého rádu. Tieto stratené hodnoty môžeme dopočítať pomocou vzťahov:

$$\text{Pre } m = 5, \bar{y}_n = \frac{1}{5}(3y_n + 2y_{n-1} + y_{n-2} - y_{n-4}).$$

$$\text{Pre } m = 7, \bar{y}_n = \frac{1}{28}(13y_n + 10y_{n-1} + 7y_{n-2} + 4y_{n-3} + y_{n-4} - 2y_{n-5} - 5y_{n-6}).$$

Koncové kĺzavé prírastky

Po vyrovnaní časového radu pomocou kĺzavých priemerov a dopočítaní stratených hodnôt pomocou asymetrických kĺzavých priemerov je možné dopočítať koncové kĺzavé prírastky. Na odhad predpovedí na nasledujúce obdobie využívame koncové kĺzavé prírastky prvého rádu:

$$\text{Pre } m = 5, \Delta y_{n+1} = \frac{1}{10}(2y_n + y_{n-1} - y_{n-3} - 2y_{n-4}).$$

$$\text{Pre } m = 7, \Delta y_{n+1} = \frac{1}{28}(3y_n + 2y_{n-1} + y_{n-2} - y_{n-4} - 2y_{n-5} - 3y_{n-6}).$$

Po vypočítaní koncových kĺzavých prírastkov je $y_{n+1} = y_n + \Delta y_{n+1}$. Je potrebné zvážiť efektívnosť takejto predpovede vzhľadom na iné možnosti predikcie budúcich hodnôt.

Je dôležité uvedomiť si, že použitím kĺzavých priemerov nemusíme dostať veľmi presné prognózy, ale tie v niektorých prípadoch môžu byť aj napriek tomu postačujúce. V malej prevádzke, kde na základe predaja určitého tovaru za posledné dni potrebuje majiteľ zhotoviť objednávku na primeraný počet výrobkov (pečivo, mlieko,...), môže byť odhad pomocou kĺzavých priemerov postačujúci vzhľadom na jednoduchosť, rýchlosť a nenákladnosť výpočtu.

Príklad 4.3 Nasledujúce údaje sú náklady na chod firmy (v tis. Sk), v rokoch 1999 až 2008: 64, 72, 68, 70, 66, 76, 88, 72, 70, 74. Vyrovnajme časový rad nákladov 5-ročnými kĺzavými priemermi, dopočítajme stratené koncové hodnoty a urobte predpoveď pre r. 2009.

Riešenie:

Kĺzavé priemery počítame takto:

$$\begin{aligned} \text{KP3 (5)} &= (64+72+68+70+66)/5 = 68 \\ \text{KP4 (5)} &= (72+68+70+66+76)/5 = 70,4 \\ \text{KP5 (5)} &= (68+70+66+76+88)/5 = 73,6 \\ \text{KP6 (5)} &= (70+66+76+88+72)/5 = 74,4 \\ \text{KP7 (5)} &= (66+76+88+72+70)/5 = 74,4 \\ \text{KP8 (5)} &= (76+88+72+70+74)/5 = 76 \end{aligned}$$

rok	t	y – náklady	KP(5)
1999	1	64	
2000	2	72	
2001	3	68	68
2002	4	70	70,4
2003	5	66	73,6
2004	6	76	74,4
2005	7	88	74,4
2006	8	72	76
2007	9	70	
2008	10	74	

Stratené koncové hodnoty vypočítame podľa vzťahu:

$$\bar{y}_n = \frac{1}{5}(3y_n + 2y_{n-1} + y_{n-2} - y_{n-4})$$

$$\bar{y}_9 = \frac{1}{5}(3 \cdot 70 + 2 \cdot 72 + 88 - 66) = 75,2$$

$$\bar{y}_{10} = \frac{1}{5}(3 \cdot 74 + 2 \cdot 70 + 72 - 76) = 71,6$$

Koncový kľzavý prírastok vypočítame zo vzťahu:

$$\Delta y_{n+1} = \frac{1}{10}(2y_n + y_{n-1} - y_{n-3} - 2y_{n-4}),$$

$$\Delta y_{11} = \frac{1}{10}(2 \cdot 74 + 70 - 88 - 2 \cdot 76) = -2,2$$

Predpoveď na nasledujúce obdobie vypočítame zo vzťahu:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y_{n+1}$$

$$\text{r.2009: } t = 11, \quad y_{11} = y_{10} + \Delta y_{11} = 74 - 2,2 = 71,8$$