

5.3 Parabolický trend

Parabolický trend má tvar

$$Tr_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

kde a_0, a_1, a_2 sú neznáme parametre a $t = 1, 2, \dots, n$ je časová premenná. Pre odhad parametrov pomocou metódy najmenších štvorcov platí

$$S(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 t_i - a_2 t_i^2)^2$$

Podobne ako pri lineárnej funkcii, dostávame sústavu rovníc

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n t_i + a_2 \sum_{i=1}^n (t_i)^2 &= \sum_{i=1}^n y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n (t_i)^2 + a_2 \sum_{i=1}^n (t_i)^3 &= \sum_{i=1}^n t_i y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n (t_i)^2 + a_1 \sum_{i=1}^n (t_i)^3 + a_2 \sum_{i=1}^n (t_i)^4 &= \sum_{i=1}^n (t_i)^2 y_i \end{aligned}$$

Ak chceme získať predpoveď očakávanej hodnoty v čase t_{n+1} , dosadíme túto hodnotu do nájdenej rovnice paraboly, teda

$$Tr_{n+1} = a_0 + a_1 t_{n+1} + a_2 t_{n+1}^2$$

Vzhľadom na rozsah tejto učebnej pomôcky sme uviedli iba intervaly spoľahlivosti pre lineárny trend. Existujú však odhady aj pre ďalšie už uvedené možnosti. Vhodnosť modelu môžeme posúdiť aj pomocou priebehu grafu rezíduí. Ak rezíduá nemajú náhodný charakter, potom je model nevhodný. Pomôcť nám môžu matematické softvéry s možnosťou analýzy rozptylu (ANOVA - Analysis of Variance).

Príklad 5.3 Pomocou metódy najmenších štvorcov aproximujme, funkciu zadanú tabuľkou

t	1	1	2	2	2	3	4	4	4	5
y	2,1	1,9	1,1	1,2	0,9	-2,1	-7,1	-7,3	-6,9	-14,3

kvadratickou funkciou a odhadnime hodnotu v bode $t = 6$. Porovnajme získaný výsledok s lineárnou aproximáciou (z predchádzajúcej časti).

Riešenie:

Parabolická funkcia má tvar: $Tr_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2$, konštanty a_0, a_1, a_2 sú riešením sústavy rovníc

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n t_i + a_2 \sum_{i=1}^n (t_i)^2 &= \sum_{i=1}^n y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n (t_i)^2 + a_2 \sum_{i=1}^n (t_i)^3 &= \sum_{i=1}^n t_i y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n (t_i)^2 + a_1 \sum_{i=1}^n (t_i)^3 + a_2 \sum_{i=1}^n (t_i)^4 &= \sum_{i=1}^n (t_i)^2 y_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_0 \cdot 10 + a_1 \cdot 28 + a_2 \cdot 96 &= -30,5 \\
 a_0 \cdot 28 + a_1 \cdot 96 + a_2 \cdot 370 &= -152,6 \\
 a_0 \cdot 96 + a_1 \cdot 370 + a_2 \cdot 1524 &= -700,4
 \end{aligned}$$

$$a_0 = 0,919$$

$$a_1 = 2,1282$$

$$a_2 = -1,034$$

Pomocou Excelu využitím príkazu *Nástroje - Analýza dát - Regresia*

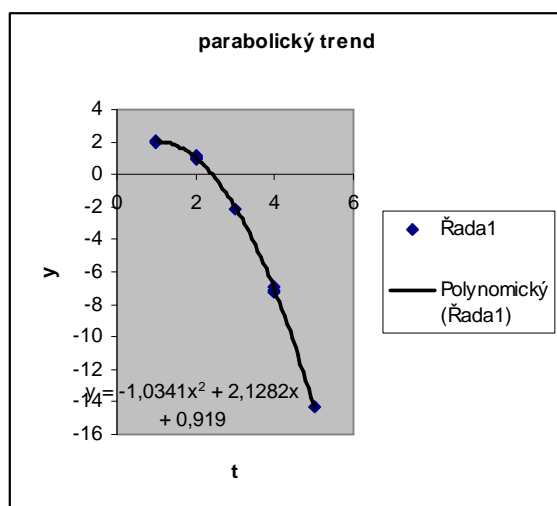
Pole *Y* – označíme hodnoty *y*

Pole *X* – označíme hodnoty *t*, *t*²

Výstup z EXCEL-u:

VÝSLEDEK

	Koeficienty	Chyba stř. hodnoty	<i>t stat</i>	Hodnota <i>P</i>	Dolní 95%	Horní 95%
Hranice	0,9190	0,2435	3,7735	0,0070	0,3431	1,4948
Soubor X 1	2,1282	0,1949	10,9185	0,0000	1,6673	2,5891
Soubor X 2	-1,0341	0,0333	31,0405	0,0000	1,1129	0,9554



Hľadaná krivka má tvar:

$$Tr_t = 0,9190 + 2,1282 \cdot t - 1,0341 \cdot t^2$$

Hodnota pre $t = 6$:

$$Tr_6 = 0,9190 + 2,1282 \cdot 6 - 1,0341 \cdot 6^2 = -23,5394$$