

5.4 Hyperbolický trend

Hyperbolický trend má tvar

$$Tr_t = a_0 + \frac{a_1}{t},$$

kde a_0, a_1 sú neznáme parametre a $t = 1, 2, \dots, n$ je časová premenná. Neznáme parametre vypočítame použitím tej istej metódy ako v predchádzajúcich prípadoch, čiže metódy najmenších štvorcov, minimalizujeme vzťah

$$S(a_0, a_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - \frac{a_1}{t_i})^2.$$

Konštanty a_0, a_1 sú riešením sústavy rovníc

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} &= \sum_{i=1}^n y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} + a_1 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{t_i}\right)^2 &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{t_i} \end{aligned}$$

Ak chceme získať predpoveď očakávanej hodnoty v čase t_{n+1} , dosadíme túto hodnotu do nájdenej rovnice, teda

$$y_p = Tr_{n+1} = a_0 + \frac{a_1}{t_{n+1}}.$$

Príklad 5.4 Pomocou metódy najmenších štvorcov aproximujme funkciu zadanú tabuľkou hyperbolickou funkciou a odhadnime hodnotu v bode $t = 6$.

t	1	2	3	4	5
y	1,9	1,1	0,9	0,7	0,3

Riešenie:

Hyperbolická funkcia má tvar $Tr_t = a_0 + \frac{a_1}{t}$, konštanty a_0, a_1 sú riešením sústavy rovníc

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} &= \sum_{i=1}^n y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} + a_1 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{t_i}\right)^2 &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{t_i} \end{aligned}$$

$$a_0 \cdot 5 + a_1 \cdot 2,2833 = 4,9$$

$$a_0 \cdot 2,2833 + a_1 \cdot 1,4636 = 2,985$$

$$a_0 = 0,1691$$

$$a_1 = 1,7756$$

Pomocou Excelu využitím príkazu *Nástroje - Analýza dát – Regresia*

Pole *Y* – označíme hodnoty *y*

Pole *X* – označíme hodnoty *1/t*

Výstup z EXCEL-u:

VÝSLEDEK

	<i>Koeficienty</i>	<i>Chyba stř. Hodnoty</i>	<i>t stat</i>	<i>Hodnota P</i>	<i>Dolní 95%</i>	<i>Horní 95%</i>
Hranice	0,1691	0,1371	1,2341	0,3050	-0,2670	0,6053
Soubor X 1	1,7756	0,2533	7,0092	0,0060	0,9694	2,5818

Hľadaná krivka má tvar: $Tr_t = 0,1691 + \frac{1,7756}{t}$.

Hodnota pre $t = 6$: $Tr_6 = 0,1691 + \frac{1,7756}{6} = 0,46503$.