

## 7.1 Metóda skrytých periód

Inou možnosťou, ako využiť klasickú regresiu k popisu sezónnej zložky, je myšlienka harmonickej analýzy (resp. fourierovskej analýzy). Predpokladáme, že časový rad je možné popísať pomocou určitej množiny sínusoviek a kosínusoviek o rozličných amplitúdach a frekvenciách. Tento prístup umožňuje urobiť explicitný popis periodického správania sa časového radu. Základom tohto postupu je model skrytých periód (predpokladáme, že trend sa nemení v čase – časový rad s konštantným trendom)

$$Y_t = Tr_t + S_t = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^m (a_j \cos w_j t + b_j \sin w_j t),$$

kde  $w_j = \frac{2\pi j}{n}$ ,  $j = 1, \dots, m$  je  $j$ -tá frekvencia (vyjadrená v radiánoch),  $m$  maximálny počet periód,  $\frac{a_0}{2}$  je trendový parameter,  $a_j, b_j$  sú regresné parametre, hodnoty ktorých musíme určiť,  $Tr_t$  označuje trendovú zložku a  $S_t$  označuje periodickú zložku,  $n$  je počet pozorovaní. Uvažovaný proces  $y_t$  budeme uvažovať ako proces vytvorený veľkým počtom goniometrických kriviek („vln“). Niektoré sa navzájom dopĺňujú, iné vylučujú, pričom ich výslednicou môže byť uvažovaný proces  $y_t$ .

K určeniu parametrov skrytých periód použijeme metódu najmenších štvorcov. Približným výpočtom dostaneme odhady uvažovaných parametrov

$$a_0 \approx \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t, \quad a_j \approx \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos w_j t, \quad b_j \approx \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \sin w_j t,$$

kde  $j = 1, \dots, m$ .

Napríklad pre  $n = 24$  významná periodicita má dĺžku 12 mesiacov a  $j = 2$ . Potom periodický vývoj uvedený v danom časovom rade je možné popísať takto

$$y_t \approx Y_t = \frac{a_0}{2} + a_2 \cos w_2 t + b_2 \sin w_2 t.$$

Ak trend nie je konštantný a dokázali sme nájsť jeho parametre, v takom prípade model skrytých periód modifikujeme takto

$$Y_t = Tr_t + S_t = Tr_t + \sum_{j=1}^m (A_j \cos w_j t + B_j \sin w_j t),$$

kde  $Tr_t$  je už známy model trendu.

Základom modelu skrytých periód pre nekonštantný trend je transformácia časového radu s nekonštantným trendom na časový rad s trendom konštantným.

**Príklad 7.1** V nasledujúcej tabuľke sú uvedené mesačné údaje  $y_t$  v tis. o obrate istej firmy:

$t$	$y_t$	$t$	$y_t$	$t$	$y_t$	$t$	$y_t$
1	332	7	492	13	301	19	505
2	223	8	500	14	213	20	455
3	267	9	350	15	247	21	314
4	319	10	253	16	433	22	222
5	455	11	178	17	399	23	184
6	507	12	401	18	466	24	335

Zostavme model skrytých periód (použité dáta sú z práce Hindls,R.a kol.):

*Riešenie:*

Východiskové podmienky:

- Počet pozorovaní je  $n = 24$  (mesiacov) .
- Dĺžka periódy je  $j = 12$  .
- $w_2 = 2\pi \cdot \frac{2}{24} = \frac{2\pi}{12}$  .

Pomocou už uvedených vzorov dostávame

$$a_0 \approx \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t = \frac{8351}{24}$$

$$a_2 \approx \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos w_j t = -24,631$$

$$b_j \approx \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \sin w_j t = -114,639$$

Teda periodický vývoj mesačného obratu tejto firmy môžeme popísať pomocou modelu tvaru

$$Y_t = 347,958 + \left( -24,631 \cdot \sin \frac{2\pi}{12} t - 114,639 \cdot \cos \frac{2\pi}{12} t \right) .$$