MATEMATIKA 1

ukončenie predmetu – KZ aspoň 51% zo 100%

1. ZP → na cvičeniach (9. týž.) 60 bodov

2. ZP → 40b → 11. a 12.1. 2027

LITERATÚRA: – prednášky (prezentácie + + tabule)

OBSAH predmetu: 1) matematická analýza
(funkcie a ich vlastnosti, +
+ diferenciálny počet)
2) lineárna algebra (MATICE, DETERMINANTY
sústavy lineárnych rovníc)

MNOŽINY

$a \in M$ … prvok a patrí do množiny M

$a \notin M$ prvok a nepatrí do množ. M.

označenie množín – veľké písmená.

základné vlastnosti množín:

- rovnosť dvoch množín: $A = B$
- podmnožina: A je podmnožinou množiny B, ak každý prvok množiny je aj prvok množiny B.

$$A \subset B$$

$A = \{1,2,3\}$

$B = \{1,2,3,4\}$ ← ① uvediem všetky prvky množiny

Spôsob zadania množiny:

② $A = \{x \in M;\ v(x)\}$

napr. $A = \{x \in \underset{\text{reálne čísla}}{\mathbb{R}};\ x \geq 2\}$

$$A = \langle 2, \infty)$$

- prázdna množina

$\emptyset$, $\{\ \}$

- OPERÁCIE S MNOŽINAMI, $A, B \subset M$
  - zjednotenie množín $A \cup B = \{x \in M;\ x \in A \underset{\text{alebo}}{\vee} x \in B\}$
  - prienik množín $A \cap B = \{x \in M;\ x \in A \underset{\text{a súčasne}}{\wedge} x \in B\}$
  - rozdiel množín $A - B = \{x \in M;\ x \in A \wedge x \notin B\}$
  - karteziánsky súčin $A \times B = \{[a,b];\ a \in A, b \in B\}$
  - komplement k množine A v množine M

$$A^c = \{x \in M;\ x \notin A\}$$

príklady: $A = \{1,2,3,4,5\}$

$B = \{1,2,3\}$

$A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$

$A \cap B = \{1,2,3\}$

$A - B = \{4,5\}$

B^c v množine $A =$

$= \{4,5\}$

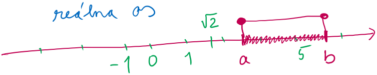
ČÍSELNÉ INTERVALY (číselné množiny)

nech $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$

$\langle a,b \rangle = \{x \in \mathbb{R};\ a \leq x \leq b\}$

$\nearrow$

uzavretý interval



$(a,b) = \{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

$(a,b\rangle = \{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}^{a}$

$\langle a,b) = \{x \in \mathbb{R};\ a \leq x < b\}$

nevlastné čísla sú $-\infty, +\infty$

$\boxed{\mathbb{R}^*} = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$

rozšírená množina reálnych čísel

neohraničené intervaly: $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

$(-\infty, b\rangle = \{x \in \mathbb{R};\ x \leq b\}$

$(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R};\ x < b\}$

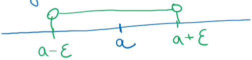
$(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R};\ x > a\}$

$\langle a, \infty) = \{x \in \mathbb{R};\ x \geq a\}$

OKOLIE BODU

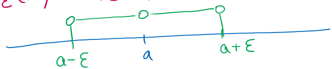
Nech $\varepsilon > 0$, $a \in \mathbb{R}$

- ε-ové okolie bodu a nazývame $O_\varepsilon(a) = (a-\varepsilon, a+\varepsilon)$



- prstencové ε-ové okolie bodu a

$$O^0_\varepsilon(a) = O_\varepsilon(a) - \{a\}$$



- pravé ε-ové okolie bodu a $\quad O^+_\varepsilon = (a, a+\varepsilon)$
- ľavé ε-ové okolie bodu a $\quad O^-_\varepsilon = (a-\varepsilon, a)$

ABSOLÚTNA HODNOTA

nech $a \in \mathbb{R}$

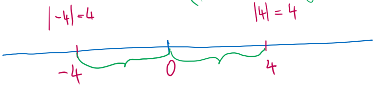
$|a| = a$ ak $a \geq 0$

$|a| = -a$ ak $a < 0$.

je vzdialenosť reálneho čísla od nuly na reálnej osi

pr. $|-4| = 4$

$|4| = 4$

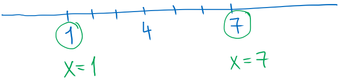


pr. $\boxed{|x|=3}$

všetky reálne čísla x, ktoré sú vzdialené od 0 práve 3 ; $x=-3$, $x=3$

$\boxed{|x-0|=3}$

pr. $|x-4|=3$ ← všetky reálne čísla, ktoré sú vzdialené od čísla 4 práve 3.



pr. ε-ové okolie bodu a, $\quad O_\varepsilon(a) = (a-\varepsilon, a+\varepsilon)$

$O_\varepsilon(a) = \{x \in \mathbb{R}; |x-a| < \varepsilon\}$

Číselné množiny:

PRIRODZENÉ ČÍSLA : $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$

CELÉ ČÍSLA : $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0, -a \,; a \in \mathbb{N}\}$

RACIONÁLNE ČÍSLA : $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} \in \mathbb{R} \,; p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}\}$

IRACIONÁLNE ČÍSLA : $\mathbb{I} = \{x \in \mathbb{R} \,; x \notin \mathbb{Q}\}$

reálne čísla $\mathbb{R}$

KOMPLEXNÉ ČÍSLA (posledná prednáška)

MAXIMUM množiny:

nech $M \subset \mathbb{R}$

Ak existuje (∃) $\boxed{D \in M}$, že pre každé (∀) $\boxed{x \in M}$ platí $\boxed{x \leq D}$,
potom D nazývame maximom množine M.

$$D = \max M$$

MINIMUM množiny

ak $\boxed{\exists\, d \in M}$, také $\boxed{\forall x \in M}$ platí $\boxed{x \geq d}$, potom
d nazývame minimom množiny M.

$$d = \min M$$

HORNÉ OHRANIČENIE množiny M

Ak existuje $\boxed{K \in \mathbb{R}}$ také, že $\boxed{\forall x \in M}$ platí
$\boxed{x \leq K}$, potom K je horné ohraničenie M.

DOLNÉ OHRANIČENIE množiny M

Ak existuje $\boxed{k \in \mathbb{R}}$, také, že $\boxed{\forall x \in M}$ platí
$\boxed{x \geq k}$, potom k je dolné ohraničenie M.

Množinu nazývame ohraničenou, ak je zdola aj zhora.

- Najmenšie horné ohraničenie nazývame supremom množiny M

$$\sup M$$

- Najväčšie dolné ohraničenie množiny nazývame infimum množiny M

$$\boxed{\inf M}$$

príklady $A = \langle 1, 2 \rangle$ $\min A = 1$
$\max A = 2$

dolné ohraničenia: $-245, 0, 1, \ldots$
horné ohraničenia: $45, 6, \ldots$

je zdola ohraničená?
je zhora —||— } je OHRANIČENÁ

$B = (1,2\rangle$ 　 $\min B =$ neexistuje

$\max B = 2$

je zdola ohraničená? ÁNO
je zhora ohraničená? ÁNO } je ohraničená

$\inf B = 1$

$\sup B = \max B = 2$

$C = (-\infty, 4)$ 　 $\min C =$ neexistuje
$\max C =$ neexistuje

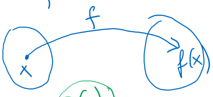
je zdola ohraničená? NIE JE
je zhora ohraničená? ÁNO
nie je ohraničená

$\inf C$ neexistuje
$\sup C = 4$

FUNKCIA

Def) Nech $A, B \subset \mathbb{R}$, nech f je pravidlo (predpis), ktoré každému $x \in A$, priradí práve jeden prvok $f(x) \in B$. Potom hovoríme, že f je funkcia, ktorá zobrazuje A do B.

$$f : A \to B$$



$A = \mathcal{D}(f)$ 　 B

↓ definičný obor funkcie

x … nezávislá premenná

f(x) … závislá premenná

$H(f) = \{ f(x);\ x \in A \}$

↓ obor hodnôt funkcie

$G(f) = \{ [x, f(x)] \in A \times B \}$

↓
graf funkcie

spôsoby zadania funkcie :

1) daný je predpis $y = f(x)$, $\boxed{D(f)}$

musí byť daný, resp. ho musíme určiť.

príklad : 1) f: $y = x$

$D(f) = \mathbb{R}$

2) f: $y = \frac{1}{x-1}$, $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

$x - 1 \neq 0$

$x \neq 1$

3) f: $y = \sqrt[4]{x}$

$D(f) = \langle 0, \infty)$

iný spôsob zadania funkcie : grafom, tabuľkou

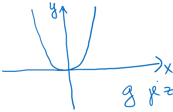
ZÁKLADNÉ VLASTNOSTI FUNKCIÍ

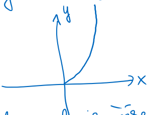
ROVNOSŤ DVOCH FUNKCIÍ

(jednoducho: rovnaký definičný obor + rovnaký predpis)

ZÚŽENIE (ROZŠÍRENIE) FUNKCIE

príklad f: $y = x^2$, $D(f) = \mathbb{R}$; g: $y = x^2$, $D(g) = \langle 0, \infty)$





g je zúženie f a f je rozšírenie g