

Kombinatorika

1. a) Koľkými spôsobmi môžeme usadiť za stôl päť hostí?
b) Ako by sa zmenilo rozdanie, ak jeden hosť chce sedieť na prvom mieste?
[a) 120 , b) 24]
2. Na policičke treba rozostaviť vedľa seba 3 zelené, 2 červené a 2 žlté hrnčeky.
a) Koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť?
b) Koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť, ak hrnčeky rovnakej farby stoja vedľa seba?
c) Koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť, ak hrnčeky rovnakej farby stoja vedľa seba, ak navyše jeden červený hrnček má uško a druhý nie?
[a) 210, b) 6, c) 12]
3. Trinásť svadobčanov sa nemohli dohodnúť, kto kde bude stáť na svadobnej fotografii. Ženích navrhol, aby sa urobili všetky možné zostavy svadobčanov na fotografiách. Koľko fotografií treba urobiť?
[6 227 020 800]
4. Dané sú tri prvky A, B, C.
a) Koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť, ak sa prvky nemôžu opakovať?
b) Koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť, ak sa prvok A opakuje raz, prvok B sa opakuje 2 - krát a prvok C raz.
[a) 6, b) 12]
5. Koľkými rôznymi spôsobmi je možné hodiť tromi kockami súčet 11?
[27]
6. Štyri detektívky a tri historické knihy treba usporiadať na policičke tak, aby boli zoradené najprv detektívky a potom historické knihy. Koľkými spôsobmi sa to dá urobiť?
[144]
7. Koľko je párnych prirodzených čísel, v zápise ktorých sa vyskytujú len cifry 2, 3, 4, 5 maximálne raz?
[32]
8. Koľko je 4 – ciferných prirodzených čísel deliteľných 4, v ktorých sa vyskytujú iba číslice 1, 2, 3, 4, 5 a každé z nich sa môže ľubovoľne opakovať.
[125]
9. Koľko je všetkých 3 – ciferných prirodzených čísel?
[900]
10. Angličania obyčajne dávajú svojim deťom niekoľko mien. Koľkými spôsobmi sa dá pomenovať novorodenec nie viac ako 3 menami, ak je k dispozícii 300 rôznych mien?
[26 820 600]

11. a) Hádzeme troma kockami – bielou, modrou, červenou. Koľko rôznych výsledkov môžeme dostať?
b) Na bielej kocke sme hodili jednotku. Hádzeme už len zo zvyšnými dvoma kockami. Koľko rôznych výsledkov môžeme dostať?
[a) 216, b) 36]
12. Vo vrecku je 10 rôznych lístkov označených číslicami 1 až 10. Koľkými rôznymi spôsobmi môžeme postupne, s prihliadnutím na poradie vybrať tri z nich, ak vybrané lístky sa do vrecka a) nevracajú, b) vracajú.
[a) 720, b) 1000]
13. Koľko prirodzených trojciferných čísel sa dá zostaviť z cifier 2, 3, 4, 5, 6, 7, ak sa cifry nesmú opakovať? Koľko z týchto čísel je deliteľných piatimi?
[a) 120, b) 20]
14. Hokejový zápas sa skončil víťazstvom domácich 11:7, pričom po 1. tretine bol stav 4:6, po druhej 9:7. Koľko rôznych priebehov mohol mať tento zápas vzhľadom na domácich?
[1260]
15. Koľko trikolór možno zostaviť zo 7 farieb?
[35]
16. Desať ľudí sa má ubytovať v 3 izbách. Jedna izba je štvorposteľová a dve trojposteľové. Koľkými spôsobmi možno hostí rozmiestniť v týchto izbách?
[4200]
17. Na kružnici je rozmiestnených 9 bodov. Koľko existuje rôznych trojuholníkov, ktorých vrcholy sú tieto body?
[84]
18. Skúšajúci má pripravených 20 príkladov zo štatistiky a 30 z pravdepodobnosti. Na písomku chce dať:
a) 3 príklady zo štatistiky a 2 z pravdepodobnosti, b) 1 z príklad zo štatistiky a 5 z pravdepodobnosti.
Koľko má možností zostavenia rôznych zadaní?
[a) 495 900, b) 2 850 120]
19. Na pomaturitnom stretnutí po rokoch bolo 23 spolužiakov. Účastníci si navzájom štrngli pohármi. Koľko sa uskutočnilo štrngnutí?
[253]
20. Hokejové družstvo má 20 hráčov: 13 útočníkov, 5 obrancov a 2 brankárov. Koľko rôznych zostáv môže tréner utvoriť, ak zostava má mať 3 útočníkov, 2 obrancov a 1 brankára?
[5720]
21. Koľkými spôsobmi je možné na štvorcovej šachovnici so 64 poľami vybrať tri polia tak, aby všetky tri neležali v tom istom stĺpci?
[41 216]

Pravdepodobnosť

1. Na policičke je náhodne rozostavených 20 rôznych kníh, medzi ktorými sú 4 knihy o počítačoch. Aká je pravdepodobnosť, že tieto štyri knihy sú postavené vedľa seba?
[0,0035]
2. Každá z troch krabíc obsahuje 10 lístkov očíslovaných od 1 do 10. Z každej krabice je náhodne vytiahnutý jeden lístok. Určte pravdepodobnosť toho, že súčet čísel na vytiahnutých lístkoch je väčší ako 4?
[0,996]
3. Máme 10 vstupeniek po 200 eur, 3 vstupenky po 300 eur a 2 vstupenky po 500 eur. Náhodne vyberieme tri vstupenky. Určte pravdepodobnosť, že aspoň dve z týchto vstupeniek budú mať rovnakú cenu?
[0,8681]
4. Zo sady 32 kariet vyberieme náhodne 5 kariet. Aká je pravdepodobnosť toho, že medzi nimi budú aspoň tri karty s rovnakým znakom?
[0,3415]
5. Chlapec dostal od dievčaťa, ktoré sa mu páči telefónne číslo napísané na papieriku. Pri vyberaní z vrecka mu papierik padol do vody a posledné dvojčíslenie sa rozmazalo. Pamätal si však, že tieto číslice boli rôzne a nepárne. Zvolil ich teda náhodne. Aká je pravdepodobnosť, že sa dievčaťu dovolal?
[0,05]
6. Určte pravdepodobnosť toho, že pri hodení tromi kockami padne súčet bodov väčší ako 5.
[0,9537]
7. Na policičke je náhodne rozostavených 17 rôznych kníh, medzi ktorými trojdielny román. Určte pravdepodobnosť toho
 - a) že diely románu sú postavené vedľa seba,
 - b) že diely románu sú usporiadané vedľa seba podľa náväznosti zľava doprava.
[a) 0,022, b) 0,20538]
8. V lotérii MATES sa žrebuje 5 čísel z 35. Aká je pravdepodobnosť, že ak hráč natipuje 5 čísel, tak z vyžrebovaných čísel uhádne a) práve 3 čísla, b) aspoň 4 čísla.
[a) 0,0134, b) 0,000046]
9. Číslice 1 - 5 sú po jednej napísané na piatich lístkoch. Náhodne vyberieme tri lístky a uložíme ich vedľa seba. Určte pravdepodobnosť, že takto vzniknuté trojciferné číslo bude párne.
[0,4]

10. V krabici je 7 bielych a 7 čiernych guľôčok. Určte pravdepodobnosť, že medzi šiestimi náhodne vybranými guľôčkami bude práve $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ bielych guľôčok.
[0,0023; 0,0490; 0,2448; 0,4079; 0,2448; 0,0023]
11. Medzi 49 výrobkami je 6 nepodarkov. Na kontrolu kvality náhodne vyberieme 6 kusov. Určte pravdepodobnosť toho, že medzi nimi bude práve $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ nepodarkov.
[0,436; 0,413; 0,132; 0,018; 0,001; $1,845 \cdot 10^{-5}$; $7,151 \cdot 10^{-8}$]
12. Z urny, v ktorej je 6 bielych a 4 čierne guľky, vytiahneme 4 guľky (bez vrátenia). Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že a) medzi vytiahnutými guľkami budú najviac dve čierne guľky;
b) všetky guľky budú rovnakej farby.
[a) 0,881; b) 0,07619]
13. Triedny učiteľ zistil, že 12 z 20 študentov býva na stredoškolskom internáte. Náhodne vyberieme 8 študentov. Aká je pravdepodobnosť, že a) 6 študenti bývajú na stredoškolskom internáte,
b) najmenej 3 študenti bývajú na stredoškolskom internáte.
[a) 0,20538; b) 0,98456]
- Poznámka: Úlohy 12, 13 sa dajú riešiť pomocou klasickej pravdepodobnosti aj pomocou Bernoulliho vzťahu.**
14. Školský prieskum zistil, že 7 z 30 študentov chodí do školy pešo. Náhodne vyberieme postupne štyroch študentov. Aká je pravdepodobnosť, že prvý a druhý vybraný študent chodí do školy pešo, ale tretí a štvrtý nechodí do školy pešo?
[0,03231]
15. Pravdepodobnosť toho, že ženatý muž pravidelne sporí je 0,6, pravdepodobnosť toho, že vydatá žena pravidelne sporí je 0,5 a pravdepodobnosť toho, že vydatá žena pravidelne sporí, ak pravidelne sporí jej muž, je 0,4. Určte pravdepodobnosť toho, že :
a) obaja pravidelne sporia,
b) pravidelne sporí ženatý muž, ak pravidelne sporí jeho žena,
c) aspoň jeden z manželov pravidelne sporí.
[a) 0,24, b) 0,48, c) 0,86]
16. Pravdepodobnosť určitého ochorenia je 5%. Test na určenie prítomnosti ochorenia má spoľahlivosť 83%. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná testovaná osoba má pozitívny výsledok testu?
[0,203]
17. Dvaja robotníci vyrábajú tie isté výrobky, pričom prvý vyrobí dvakrát viac výrobkov ako druhý za rovnakú dobu. Pravdepodobnosť vyrobenia nepodarku je u 1. robotníka 0,02 a u 2. robotníka 0,01. Zo skladu, kde sú uložené všetky výrobky, náhodne vyberieme jeden výrobok.
a) Aká je pravdepodobnosť, že daný výrobok nebude nepodarok?
b) Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraný výrobok bol vyrobený prvým robotníkom, ak bol nepodarok?
[a) 0,9833, b) 0,7984]

18. Z krabice, ktorá obsahuje 6 čiernych a 9 bielych gulí, náhodne vyberieme jednu guľu. Potom ju vrátime späť a pridáme ešte 5 gulí tej istej farby, akej bola vytiahnutá guľa.

- a) Aká je pravdepodobnosť toho, že v druhom ťahu vytiahneme z krabice bielu guľu?
- b) Aká je pravdepodobnosť, že v prvom ťahu sme vytiahli čiernu guľu, ak v druhom ťahu vytiahneme z krabice bielu guľu?

[a) 0,6, b) 0,3]

19. Dva automaty vyrábajú rovnaké výrobky, pričom produktivita prvého je trikrát vyššia ako produktivita druhého. Prvý automat vyrába 70% kvalitných výrobkov, druhý 80% kvalitných výrobkov. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že

- a) náhodne vybraný výrobok je kvalitný;
- b) náhodne vybraný výrobok bol vyrobený druhým automatom, ak je kvalitný.

[a) 0,725, b) 0,2759]

20. Istá výrobná chyba sa vyskytuje u 15% práčok. Pri práčkách s touto výrobnou chybou dochádza k poruche v záručnej dobe s pravdepodobnosťou 0,6, kým u ostatných len s pravdepodobnosťou 0,1. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že

- a) náhodne vybraná práčka sa pokazí v záručnej dobe;
- b) náhodne vybraná práčka má výrobnú chybu, ak sa pokazila v záručnej dobe.

[a) 0,175, b) 0,5143]

21. V triede je 60% dievčat. Z nich 70% je nižších ako 170 cm. Z chlapcov je nižších ako 170 cm len 30%.

- a) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný žiak je nižší ako 170 cm.
- b) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný žiak je chlapec, ak je nižší ako 170 cm.

[a) 0,54, b) 0,222]

22. Pomer počtu výrobkov vyrobených na štyroch strojoch je 4 : 6 : 5 : 5 je pomer. Pravdepodobnosť produkcie výrobku prvej akosti je pre jednotlivé stroje v danom poradí takáto: 0,7; 0,6; 0,8 a 0,7.

- a) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný výrobok je prvej akosti.
- b) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný výrobok bol vyrobený na prvom stroji, ak je prvej akosti.

[a) 0,695, b) 0,2014]

23. 30% študentov študuje priebežne počas semestra. Z nich 90% urobí skúšku v riadnom termíne. Zo študentov, ktorí neštudujú priebežne počas semestra len 20% urobí skúšku v riadnom termíne.

- a) Vypočítajte pravdepodobnosť, že náhodne vybraný študent urobil skúšku v riadnom termíne.
- b) Náhodne vybraný študent urobil skúšku v riadnom termíne. Aká je pravdepodobnosť, že študoval priebežne počas semestra?

[a) 0,41, b) 0,6585]

24. Pre maturitnú skúšku z matematiky majú študenti 30 otázok. Študent sa naučil 12 otázok priemerne a 18 otázok ovláda výborne. Študent odpovedá na dve vytiahnuté otázky. Pravdepodobnosť, že zmaturuje aspoň na dvojku, je:

- v prípade vytiahnutia dvoch priemerne naučených otázok 0,3;
 - v prípade vytiahnutia dvoch výborne naučených otázok 0,8;
 - v prípade vytiahnutia jednej priemerne a jednej výborne naučenej otázky 0,5. Vypočítajte:
- a) Aká je pravdepodobnosť, že študent zmaturuje aspoň na dvojku?
- b) Ak študent zmaturoval aspoň na dvojku, aká je pravdepodobnosť, že si vytiahol dve otázky, ktoré sa naučil priemerne?

[a) 0,5752; b) 0,0791]

24. Týždeň má 5 pracovných dní a 2 voľné dni (víkend). Pravdepodobnosť toho, že počas pracovného dňa študent vstane pred 6:30 je 0,7. Pravdepodobnosť, že počas víkendu študent vstane pred 6:30 je 0,1. a) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že študent vstane pred 6:30.

b) Aká je pravdepodobnosť toho, že deň bol pracovný ak študent vstal pred 6:30?

[a) 0,5285; b) 0,9459]

25. Predpokladajme, že hádzame súčasne dvomi mincami. Minca má dve strany – hlava a znak.

Vykonáme štyri hody. Aká je pravdepodobnosť, že

- a) pri dvoch hodoch zo štyroch hodíme dve hlavy;
- b) aspoň (najmenej) pri jednom hode zo štyroch hodíme dve hlavy.

[a) 0,2109; b) 0,6836]

26. Pravdepodobnosť toho, že basketbalista trafí do koša je 0,7. Určte pravdepodobnosť toho, že basketbalista pri šiestich nezávislých hodoch:

- a) práve dvakrát trafí do koša;
- b) aspoň dvakrát trafí do koša.

[a) 0,0595; b) 0,9891]

27. Test pozostáva z 8 otázok, pričom pri každej otázke študent vyberá z 3 možností (práve 1 je správna). Ak sa študent učil, je pravdepodobnosť správnej odpovede pri každej z otázok 0, 7. Ak sa neučil, volí odpovede náhodne. Aká je pravdepodobnosť toho, že

- a) študent správne odpovie aspoň na šesť otázok, ak sa učil;
- b) študent správne odpovie aspoň na šesť otázok, ak sa neučil,
- c) náhodne vybraný študent odpovie aspoň na šesť otázok, ak vieme, že tretina študentov sa učila.

[a) 0,55177; b) 0,01966, c) 0,19703]

28. Zistilo sa, že semienko vyklíči s pravdepodobnosťou 80%. Ak zasejeme 10 semiačok, aká je pravdepodobnosť, že

- a) vyklíči práve 7 semiačok,
- b) vyklíčia aspoň 4 semiačka.

[a) 0,20133; b) 0,99914]

29. Z urny, v ktorej je 8 bielych a dve čierne guľky, sa ťahá po jednej guľke, pričom sa po každom ťahu guľka vráti späť do urny. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že

- a) medzi šiestimi postupne vytiahnutými guľkami budú tri biele guľky;
- b) medzi ôsmimi postupne vytiahnutými guľkami budú aspoň štyri biele guľky.

[a) 0,08192; b) 0,98959]

30. Výskum ukázal, že študent, ktorý sa učil, má 80 % - nú šancu výberu správnej odpovede pri teste s výberom odpovedí. Test má 10 otázok, pri každej otázke si vyberáme z 3 odpovedí.

a) Aká je pravdepodobnosť, že študent ktorý sa učil, odpovie aspoň na 8 otázok správne?

b) Aká je pravdepodobnosť, že študent ktorý sa neučil (vyberá odpovede náhodne), odpovie správne na maximálne 5 otázok?

[a) 0,67780; b) 0,92344]

31. Diskrétna náhodná premenná X je daná pravdepodobnostnou tabuľkou. Určte neznámu p_5 , strednú hodnotu, modus, disperziu a smerodajnú odchýlku náhodnej premennej X .

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,0256	0,1536	0,3456	0,3456	p_5

[$p_5 = 0,1296$, $E(X) = 2,4$, $D(X) = 0,96$, $M_o(X) = 2$, $M_o(X) = 3$, $\sigma(X) = 0,9798$]

32. Rozdelenie pravdepodobnosti náhodnej premennej X so strednou hodnotou 3,8 je dané pravdepodobnostnou tabuľkou

x_i	1	2	3	x_4	7
p_i	0,05	0,1	0,3	0,4	p_5

Určte:

a) neznáme hodnoty x_4 a p_5 ;

b) disperziu a modus náhodnej premennej X ;

c) $P(2 \leq X < 4)$ a $P(X \leq E(X))$;

d) distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

[$p_5 = 0,15$, $x_4 = 4$, $D(X) = 2$, $M_o(X) = 4$, $P(2 \leq X < 4) = 0,4$, $P(X \leq E(X)) = 0,45$]

33. Rozdelenie pravdepodobnosti náhodnej premennej X so strednou hodnotou 3,8 je dané pravdepodobnostnou tabuľkou

x_i	x_1	1	2	3
p_i	0,1	0,2	p_3	0,4

pričom platí, že $D(X) = 1$ a $x_1 \leq 4$. Určte:

a) neznáme hodnoty x_1 a p_3 ;

b) strednú hodnotu a modus náhodnej premennej X ;

c) $P(0 \leq X < 2)$ a $P(|X - 1,5| \leq 1)$;

d) distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

[$p_3 = 0,3$, $x_1 = 0$, $E(X) = 2$, $D(X) = 3$, $M_o(X) = 4$, $P(0 \leq X < 2) = 0,3$ a $P(|X - 1,5| \leq 1) = 0,5$]

34. Terč tvorí kruh K a dve medzikružia $M1$ a $M2$. Zásah do kruhu K znamená 10 bodov, zásah do medzikružia $M1$ znamená 5 bodov a do $M2$ znamená 0 bodov. Pravdepodobnosť zásahu kruhu K je 0,5, pravdepodobnosť zásahu medzikružia $M1$ je 0,3 a pravdepodobnosť zásahu medzikružia $M2$ je 0,2. Nech náhodná premenná X je rovná počtu získaných bodov pri 2 nezávislých výstreloch. Určte:

a) zákon rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej X (pravdepodobnostnú tabuľku);

b) strednú hodnotu náhodnej premennej X a modus ;

c) pravdepodobnosti $P(X \leq 10)$, $P(5 < X \leq 15)$;

d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X.

x_i	0	5	10	15	20
p_i	0,04	0,12	0,29	0,3	0,25

- [a) b) $E(X) = 13$, $M_0(X) = 15$, c) $P(X \leq 10) = 0,45$, $P(5 < X \leq 15) = 0,59$,
d) $F(0) = 0,04$; $F(5) = 0,16$; $F(10) = 0,45$; $F(15) = 0,75$; $F(20) = 1$]

35. Predpokladajme, že hádzame súčasne dvoma kockami. Vykonáme 3 hody. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje počet hodov, pri ktorých hodíme súčet 9.

a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku pre náhodnú premennú X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov).

b) Vypočítajte strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X.

c) Vypočítajte $P(0 < X \leq 2)$; $P(X > E(X))$.

d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X.

$$[b) E(X) = 13, D(X) = 8/27, c) P(0 < X \leq 2) = 216/729, P(X > E(X)) = 217/729]$$

36. Pravdepodobnosť vyklíčenia každej kôstky avokáda je 0,9. Zasadili sme 3 kôstky. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje počet kôstok, ktoré vyklíčia.

a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku pre náhodnú premennú X.

b) Vypočítajte strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X.

c) Vypočítajte pravdepodobnosť, že aspoň dve kôstky z troch vyklíčia.

$$[a) P(0) = 0,001; P(1) = 0,027; P(2) = 0,243; P(3) = 0,729; b) E(X) = 2,7, D(X) = 0,27, c) P(X \geq 2) = 0,972]$$

37. Hádzame mincou, ktorá na hlavu a znak. Urobíme za sebou 4 hodenia mincou. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje počet hodení zo 4, pri ktorých padol na minci znak.

a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku pre náhodnú premennú X.

b) Vypočítajte strednú hodnotu a modus náhodnej premennej X.

c) Vypočítajte pravdepodobnosť, že najviac raz zo štyroch hodení padne znak na minci.

d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X a zostrojte graf $F(X)$.

$$[a) P(0) = P(4) = 0,0625; P(1) = P(3) = 0,25; P(2) = 0,375; b) E(X) = 2, M_0(X) = 2; c) P(X \leq 1) = 0,3125]$$

38. Zo skúseností zamestnanca poisťovne vyplynulo, že poistné plnenie v rámci poistenia domácnosti je vyššie ako 2500 eur s pravdepodobnosťou 0,3. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje počet poistných plnení z 5 budúcich plnení, ktoré budú vyššie ako 2500 eur.

a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku pre náhodnú premennú X.

b) Vypočítajte strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X.

c) Vypočítajte pravdepodobnosť, že najviac dve plnenia budú vyššie ako 2500 eur?

d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X a zostrojte graf $F(X)$.

$$[a) P(0) = 0,16807; P(1) = 0,36015; P(2) = 0,3087; P(3) = 0,1323; P(4) = 0,02835; P(5) = 0,300243;$$

$$b) E(X) = 1,5, D(X) = 1,05; c) P(X \leq 2) = 0,83692]$$

39. V triede je 15 študentov, z ktorých jedna tretina študuje s vyznamenaním. Nech X je náhodná premenná, ktorá nadobúda hodnoty počtu vyznamenaných študentov medzi tromi náhodne vybranými študentmi. Určte:

a) zákon rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej X (pravdepodobnostnú tabuľku);

- b) pravdepodobnosť, že medzi tromi náhodne vybranými študentmi bol aspoň jeden vyznamenaný študent.
 c) strednú hodnotu náhodnej premennej X.
 d) distribučnú funkciu náhodnej premennej X.

a) $\frac{x_i}{p_i} \parallel \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \frac{120}{455} & \frac{225}{455} & \frac{100}{455} & \frac{10}{455} \end{array}$; b) $E(X) = 1$; c) $P(0 < X \leq 2) = \frac{325}{455}$, $P(X > E(X)) = \frac{120}{455}$

40. V súbore 10 výrobkov je osem prvej kvality a dva nepodarky. Výberom bez vrátenia je náhodne vybraných 5. Nech X je náhodná premenná, ktorá nadobúda hodnoty počtu výrobkov prvej kvality medzi 5 vybranými. Určte:

- a) zákon rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej X (pravdepodobnostnú tabuľku);
 b) strednú hodnotu, disperziu a smerodajnú odchýlku náhodnej premennej X.

[b) $E(X) = 4$, $D(X) = 4/9$; c) $\delta(X) = 2/3$]

41. V krabici je 9 guľôčok, z ktorých jedna tretina sú biele guľôčky. Nech X je náhodná premenná, ktorá nadobúda hodnoty počtu bielych guľôčok medzi štyrmi náhodne vybranými guľôčkami (bez vrátenia).

- a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov);
 b) Vypočítajte strednú hodnotu náhodnej premennej X.
 c) Vypočítajte $P(0 < X \leq 2)$, $P(X > E(X))$.
 d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X.

a) $\frac{x_i}{p_i} \parallel \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \frac{15}{126} & \frac{60}{126} & \frac{45}{126} & \frac{6}{126} \end{array}$; b) $E(X) = \frac{4}{3}$; c) $P(0 < X \leq 2) = \frac{105}{126}$, $P(X > E(X)) = \frac{51}{126}$

42. Z 24 jabĺk sú 3 červivé (nevidno to na nich, len pod ultrazvukom sa to vyšetrilo). Náhodne vyberieme z nich 6. Nech X je náhodná premenná, ktorá je rovná počtu červivých jabĺk medzi vybranými.

- a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov);
 b) Vypočítajte strednú hodnotu náhodnej premennej X.
 c) Vypočítajte $P(1 < X \leq 3)$, $P(X < E(X))$.

[a) $P(0) = 0,403$; $P(1) = 0,454$; $P(2) = 0,134$; $P(3) = 0,0009$; $P(4) = 0,02835$; $P(5) = 0,300243$;

b) $E(X) = 0,75$, $D(x) = 0,5136$; c) $P(1 < X \leq 3) = 0,588$, $P(X < E(X)) = 0,403$.]

43. Predpokladajme, že hádzame súčasne tromi mincami. Vykonáme tri hody. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje počet hodov, pri ktorých hodíme dve hlavy a jeden znak.

- a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov);
 b) Vypočítajte strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X.
 c) Vypočítajte $P(X > 1)$, $P(X \leq E(X))$.
 d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X.

a) $\frac{x_i}{p_i} \parallel \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \frac{125}{512} & \frac{225}{512} & \frac{135}{512} & \frac{27}{512} \end{array}$; b) $E(X) = \frac{9}{8}$; $D(X) = \frac{45}{64}$; c) $P(X > 1) = \frac{162}{512}$, $P(X \leq E(X)) = \frac{350}{512}$

44. Predpokladajme, že hádzame súčasne dvoma kockami. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje minimum hodených hodnôt.

- a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku pre náhodnú premennú X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov).
 b) Vypočítajte strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X .
 c) Vypočítajte $P(X > 4)$, $X \leq E(X)$.
 d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$\left[\begin{array}{c} \text{a) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} x_i & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline p_i & \frac{11}{36} & \frac{9}{36} & \frac{7}{36} & \frac{5}{36} & \frac{3}{36} & \frac{1}{36} \end{array} ; \text{ b) } E(X) = \frac{91}{36}, D(X) = \frac{2555}{1296}; \text{ c) } P(X > 4) = \frac{1}{9}, P(X \leq E(X)) = \frac{5}{9} \end{array} \right]$$

45. Pravdepodobnosť správnej odpovede na konkurze je 0,7. Predseda komisie kladie otázky. Ak respondent odpovie nesprávne, ďalšiu otázku nedostane a je vyradený. Ak odpovie správne, dostane ďalšiu otázku, ale spolu dostane najviac 4 otázky. Určte:

- a) pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X , ktorá nadobúda hodnoty počtu položených otázok;
 b) strednú hodnotu náhodnej premennej X ;
 c) pravdepodobnosť toho, že budú položené aspoň tri otázky;
 d) distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$\left[\begin{array}{c} \text{a) } \begin{array}{c|c|c|c} x_i & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline p_i & 0,3 & 0,21 & 0,147 & 0,1029 \end{array} ; \text{ b) } E(X) = 2,533; \text{ c) } P(X \geq 3) = 0,49. \end{array} \right]$$

46. Pravdepodobnosť zhotovenia štandardnej súčiastky je 0,8. Z vyrobenej série súčiastok kontrolór vyberá postupne súčiastky a kontroluje ich kvalitu. Ak je súčiastka kvalitná, kontrolór vyberie ďalšiu, ale vyberie najviac 4 súčiastky. Ak kontrolovaná súčiastka nezodpovedá štandardu, kontrola sa zastaví a séria sa vyradí. Náhodná premenná X nadobúda hodnoty počtu kontrolovaných súčiastok. Určte: a) pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X ;

- b) pravdepodobnosť toho, že budú kontrolované aspoň tri súčiastky;
 c) strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X ;
 d) distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$\left[\begin{array}{c} \text{a) } \begin{array}{c|c|c|c} x_i & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline p_i & 0,2 & 0,16 & 0,128 & 0,1024 \end{array} ; \text{ b) } E(X) = 2,952; \text{ c) } P(X \geq 3) = 0,64. \end{array} \right]$$

47. Pravdepodobnosť vyklíčenia každej kôstky avokáda je 0,9. Zasadili sme 3 kôstky.

- a) Vypočítajte pravdepodobnosť, že aspoň dve kôstky z troch vyklíčia.
 b) Vypočítajte pravdepodobnosť, že vyklíči práve jedna kôstka.

$$[a) 0,3159; b) 0,027]$$

48. Predpokladajme, že hádzame súčasne dvoma kockami. Určte, ktorá pravdepodobnosť je väčšia, že pri dvoch hodoch zo 4 hodíme na kockách v súčte 5 bodov alebo pri dvoch hodoch zo 3 hodíme na kockách v súčte 9 bodov.

[pravdepodobnosť, že pri 2 hodoch zo 4 hodíme na kockách v súčte 5 bodov je 0,059,
 pravdepodobnosť, že pri 2 hodoch zo 3 hodíme na kockách v súčte 9 bodov je 0,033]

49. V krabici je 9 guľôčok, z ktorých jedna tretina sú biele guľôčky. Náhodne vyberieme 4 guľôčky bez vrátenia. Vypočítajte pravdepodobnosť, medzi vybranými budú práve tri biele.

$$[P(3) = 0,04]$$

50. V nádobe na zber starých plechoviek je 50 ks plechoviek, z nich je 15 od nealkoholického nápoja a zvyšok je od piva. Určte pravdepodobnosť, že medzi 8 náhodne vybranými budú 2 od nealkoholického nápoj.

[$P(2) = 0,317$]

51. Na cvičenia z matematiky v priebehu jednej minúty príde 5 študentov.

a) Určte pravdepodobnosť, že v priebehu 30 sekúnd na cvičenia nepríde žiaden študent.

b) Určte pravdepodobnosť, že v priebehu 2 minút na cvičenia prídu najviac dvaja študenti.

[a) 0,082; b)]

52. Do predajne príde priemerne 90 zákazníkov za hodinu. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že

a) v priebehu 5 minút nepríde do predajne žiaden zákazník,

b) v priebehu 3 minút prídu do predajne aspoň traja zákazníci.

[a) $5, 53 \cdot 10^{-4}$; b) 0,82641]

53. Rádioaktívna látka vyžaruje priemerne 80 častíc za minútu. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že

a) v priebehu 5 sekúnd vyžiari najviac 2 častice;

b) v priebehu 3 sekúnd vyžiari aspoň 4 častice.

[a) 0,03804; b) 0,56653]

54. Rybár chytí priemerne 3 ryby v priebehu 4 hodín. Predpokladajme, že rybár strávi pri rybníku 6 hodín. Aká je pravdepodobnosť, že chytí a) práve 4 ryby,

b) aspoň 3 ryby?

[a) 0,1898; b) 0,82642]

55. V krajčírskej dielni prijímú priemerne 12 nových objednávok za 5 pracovných dní. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že a) počas 3 pracovných dní prijímú 8 objednávok,

b) počas jedného pracovného dňa prijímú aspoň objednávky.

[a) 0,13372; b) 0,69156]

56. Telefónna ústredňa zapojí počas jednej hodiny priemerne 30 hovorov. Aká je pravdepodobnosť, že ústredňa v priebehu a) 3 minút zapojí práve 5 hovorov;

b) 10 minút zapojí viac ako 4 hovory;

c) 5 minút zapojí najviac 2 hovory.

[a) 0,0141; b) 0,5595; c) 0,5438]

57. Medzi 1100 a 1140 prichádza na obed do jedálne priemerne 200 stravníkov. Aká je pravdepodobnosť, že a) v priebehu 2 minút nepríde žiaden stravník,

b) že v priebehu jednej minúty prídu najviac traja stravníci,

c) v čase medzi 1120 a 1123 prídu aspoň štyria stravníci.

[a) $4, 54 \cdot 10^{-4}$; b) 0,265; c) 0,99979]

58. Pracovníci prichádzajú k terminálu nezávisle na sebe v priemere traja za hodinu. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že

a) počas trojhodinového intervalu príde k terminálu aspoň 4 pracovníci,

b) počas dvojhodinového intervalu príde k terminálu viac ako 5, ale maximálne 8 pracovníkov.

[a) 0,97877; b) 0,40156]

Použitá literatúra:

Richtáriková, S., Kyseľová, D.: Matematika – pomôcka pre maturantov a uchádzačov o štúdium na vysokých školách. Enigma. 2000

<https://www.priklady.com/sk/index.php/kombinatorika/variacie-permutacie-kombinacie>

<https://www.priklady.eu/sk/riesene-priklady-matematika/kombinatorika/variacie.alej>

Daňo, I., Ostertagová, E.: Numerické metódy, pravdepodobnosť a matematická štatistika v príkladoch.

Elfa. Košice. 2007

Myšková, H.: Súbor príkladov na precvičenie č.2., Príklady na precvičene na 2 záp. písomku

<https://www.hackmath.net/sk/prklady-ulohy/binomicke-rozdelenie>

<http://matika.fei.stuba.sk/KMAT/MatematStatistikaCvicenia?action=AttachFile&do=get&target=MaSta05.pdf>