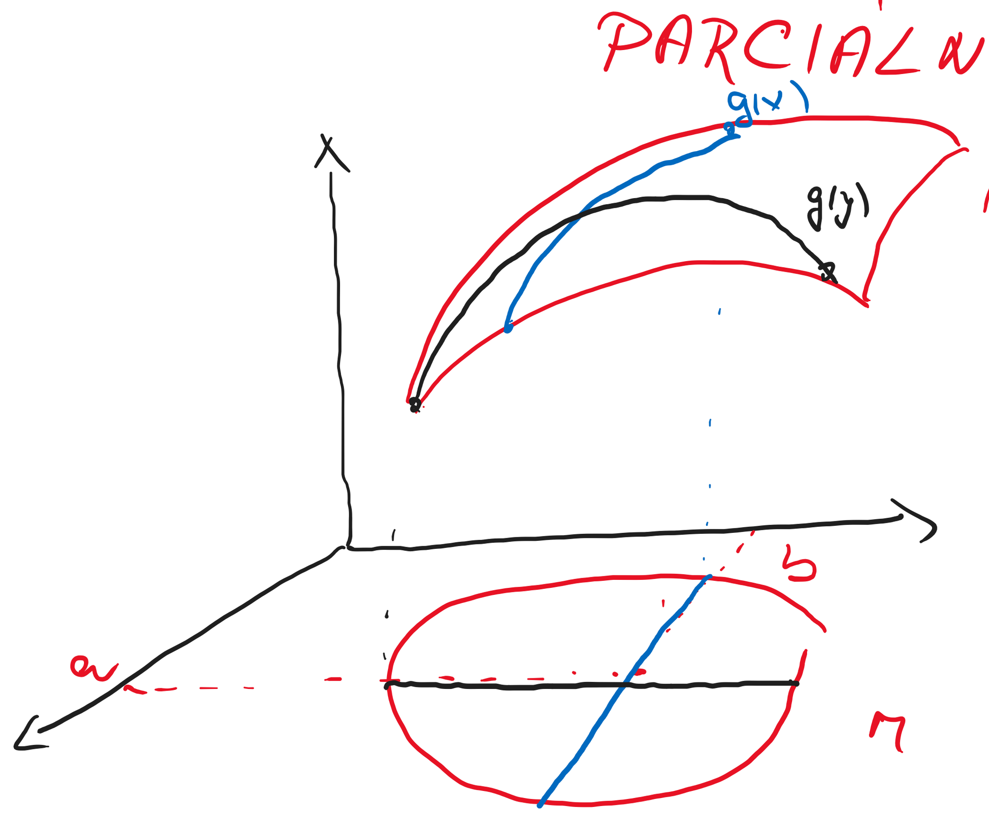
PARCIÁLNE DERIVÁCIE F2P



okolie bodu $A=[a,b]$

$O(A)$ = kruh so stredom v A

Nech $z = f(x,y)$ je def. na mn $M \subset R^2$

Pomocou fcie $f(x,y)$ definujem dve pomocné parciálne fcie 1P, $g(x)$, $h(y)$ F1P

zostrojíme ich nakreslíme budú ležať na červenej ploche — grafy - krivky (F2P)

$A=[a,b]$

zober úsečku $[x,b] \subset M$

a zostroj krivku $g(x) = f(x,b)$ F1P (vypočítané hodnoty f na modrej úsečke)

zober úsečku $[a,y] \subset M$

a zostroj krivku $h(y) = f(a,y)$ F1P

Pomocou $g(x)$, $h(y)$ definujem parciálne derivácie $f(x,y)$ v $A=[a,b]$

Def. Nech parciálna fcia (1P) $g(x)$ má deriváciu v a. Túto deriváciu nazveme PARCIÁLNA DERIVÁCIA fcie $f(x,y)$ v bode $A=[a,b]$ podľa x. Označenie $\frac{\partial f(A)}{\partial x}$, $f'_x(A)$.

Zápis

$$\frac{\partial f(A)}{\partial x} = \underset{\text{F1P}}{g'(a)} = \lim_{x\to a}\frac{g(x)-g(a)}{x-a} = \lim_{x\to a}\frac{f(x,b)-f(a,b)}{x-a}$$

ANALOGICKY

$$\frac{\partial f(A)}{\partial y} = h'(b) = \lim_{y\to b}\frac{h(y)-h(b)}{y-b} = \lim_{y\to b}\frac{f(a,y)-f(a,b)}{y-b}$$

je o   parc. fcia

1° PD $f(x,y)$ sú definované pomocou derivácie F1P $(g(x), h(y))$ a teda všetky vety o derivácii platia pre F1P platia aj pre F2P

napr. $$\frac{\partial}{\partial x}(f\cdot\varphi) = \frac{\partial f}{\partial x}\varphi + f\cdot\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

2° $$f'_x(A) = \lim_{x\to a}\frac{f(x,b)-f(a,b)}{x-a}$$

t.j. pri výpočte f'_x s druhou premennou nerobím NIČ, chovám sa ako ku konštante

NÁVOD NA VÝPOČET PD

$$f(x,y) = x^3 \sin y$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boxed{3x^2 \sin y} \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = x^3 \cos y.$$

sú opäť fcie 2P a môžem ich znova derivovať

TÝM DOSTÁVAM PD druhého rádu

DRUHÁ

Označ. $$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) \quad \text{atď}$$

2x der

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x \sin y \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -x^2 \sin y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 3x^2 \cos y \overset{2\,!}{=} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 3x^2 \cos y \qquad \text{ZMIEŠANÉ}$$

$f''_{xy} = f''_{yx}$ ~~NÁHODA~~

PRAVIDLO (TAM KDE f''_{xy}, f''_{yx} sú spojité!!)