

# NMPaMŠ – 7.cvičenie

**RNDr. Z. Gibová, PhD.**

# Pravdepodobnosť

## Klasická pravdepodobnosť

Jav ( $A$ ) - výsledok pokusu, ktorý je možné opakovať za určitých podmienok niekoľkokrát

Istý jav  $I$ , nemožný jav  $\emptyset$ .

Pravdepodobnosť javu  $A$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$P(A) = \frac{\text{počet všetkých možných priaznivých výsledkov javu } A}{\text{počet všetkých možných výsledkov pokusu}}$$

Pre istý a nemožný jav je  $P(I) = 1$  a  $P(\emptyset) = 0$ .

Pre opačný jav platí  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .

Žiadny = znamená 0 a nie viac

Najviac 3 = znamená 0, 1, 2, 3 a nie viac

Aspoň 2 = znamená dva a viac

Najmenej 5 = znamená 5 a viac

**Pr. 5:** V krabici je 7 bielych a 7 čiernych guľôčok. Určte pravdepodobnosť, že medzi šiestimi náhodne vybranými guľôčkami bude práve  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  bielych guľôčok.

# Pravdepodobnosť

## Podmienená pravdepodobnosť

**Pravdepodobnosť javu A za predpokladu, že nastal jav B (ak nastal jav B, potom pre jav A)**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

**Pravdepodobnosť javu B za predpokladu, že nastal jav A (ak nastal jav A, potom pre jav B)**

$$P(B \setminus A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

## Vlastnosti pravdepodobnosti

*Pre disjunktné javy: ak  $A \cap B = \emptyset$ , tak  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$   
pre ľubovoľné javy  $A, B$  je  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ;*

## Veta o úplnej pravdepodobnosti

Nech  $H_1, H_2, \dots, H_n$  sú hypotézy (t. j. úplný systém disjunktných javov). Potom pre ľubovoľný jav  $A$  platí

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) + \dots + P(A|H_n) \cdot P(H_n) = \sum_{i=1}^n P(A|H_i) \cdot P(H_i).$$

## Bayesov vzorec

Nech javy  $H_1, H_2, \dots, H_n$  sú hypotézy a  $A \in \tau$  je ľubovoľný jav, pre ktorý je  $P(A) \neq 0$ . Potom pre každú hypotézu  $H_k$  je

$$P(H_k|A) = \frac{P(H_k) \cdot P(A|H_k)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A|H_i)} = \frac{P(H_k) \cdot P(A|H_k)}{P(A)}.$$

Okrem toho platí  $\sum_{i=1}^n P(H_i|A) = 1$ .

**Pr. 1:** Školský prieskum zistil, že 7 z 30 študentov chodí do školy pešo. Náhodne vyberieme postupne štyroch študentov. Aká je pravdepodobnosť, že prvý a druhý vybraný študent chodí do školy pešo, ale tretí a štvrtý nechodí do školy pešo?

**Pr. 2:** Pravdepodobnosť toho, že ženatý muž pravidelne sporí je 0,6, pravdepodobnosť toho, že vydatá žena pravidelne sporí je 0,5 a pravdepodobnosť toho, že vydatá žena pravidelne sporí, ak pravidelne sporí jej muž, je 0,4. Určte pravdepodobnosť toho, že:

a) obaja pravidelne sporia,

b) pravidelne sporí ženatý muž, ak pravidelne sporí jeho žena,

c) aspoň jeden z manželov pravidelne sporí.

b)  $P(A \setminus B)$  - ?

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,5} = 0,48$$

**Pr. 3:** Dvaja robotníci vyrábajú tie isté výrobky, pričom prvý vyrobí dvakrát viac výrobkov ako druhý za rovnakú dobu. Pravdepodobnosť vyrobenia nepodarok je u 1. robotníka 0,02 a u 2. robotníka 0,01. Zo skladu, kde sú uložené všetky výrobky, náhodne vyberieme jeden výrobok.

- a) Aká je pravdepodobnosť, že daný výrobok nebude nepodarok?
- b) Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraný výrobok bol vyrobený prvým robotníkom, ak bol nepodarok?

**Pr. 4:** Z krabice, ktorá obsahuje 6 čiernych a 9 bielych guľí, náhodne vyberieme jednu guľu. Potom ju vrátíme späť a pridáme ešte 5 guľí tej istej farby, akej bola vytiahnutá guľa.

a) Aká je pravdepodobnosť toho, že v druhom ťahu vytiahneme z krabice bielu guľu?

b) Aká je pravdepodobnosť, že v prvom ťahu sme vytiahli čiernu guľu, ak v druhom ťahu vytiahneme z krabice bielu guľu?

$$P(A \setminus H_2) = \frac{P(H_2) \cdot P(A \setminus H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{9}{20}}{0,6} = 0,3$$

**Pr. 5:** V triede je 60% dievčat. Z nich 70% je nižších ako 170 cm. Z chlapcov je nižších ako 170 cm len 30%.

a) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný žiak je nižší ako 170 cm.

b) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný žiak je chlapec, ak je nižší ako 170 cm.

A – náhodne vybraný žiak je nižší ako 170 cm

$H_1$  – žiak je dievča

$H_2$  – žiak je chlapec

$A / H_1$  – náhodne vybraný žiak je nižší ako 170 cm, ak je dievča

$A / H_2$  – náhodne vybraný žiak je nižší ako 170 cm, ak je chlapec

a)  $P(A)$  - ?

b)  $P(H_2 / A)$  - ?

$$a) P(A) = P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) \cdot P(A/H_2)$$

$$P(A) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,3 = 0,54$$

$$P(H_1) = 0,6, \quad P(H_2) = 0,4$$

$$P(A / H_1) = 0,7, \quad P(A / H_2) = 0,3$$

$$b) P(H_2/A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A/H_2)}{P(A)}$$

$$P(H_2/A) = \frac{0,3 \cdot 0,3}{0,54} = 0,222$$

Dú: Súbor príkladov na precvičenie 2 / pravdepodobnosť: 19 – 24