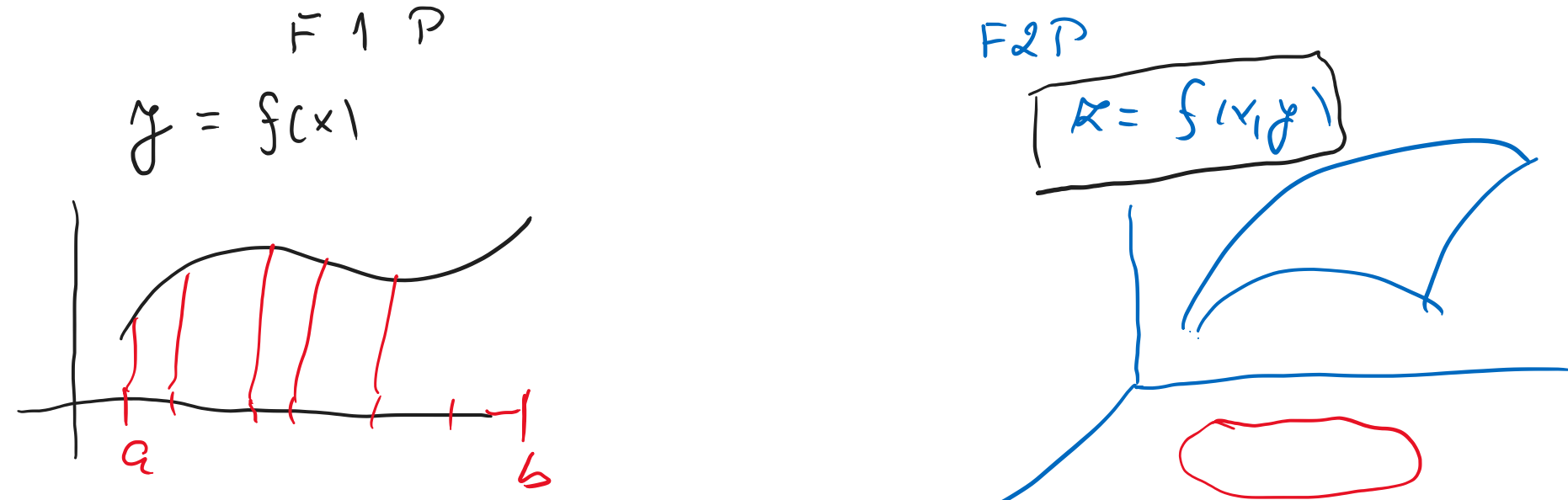


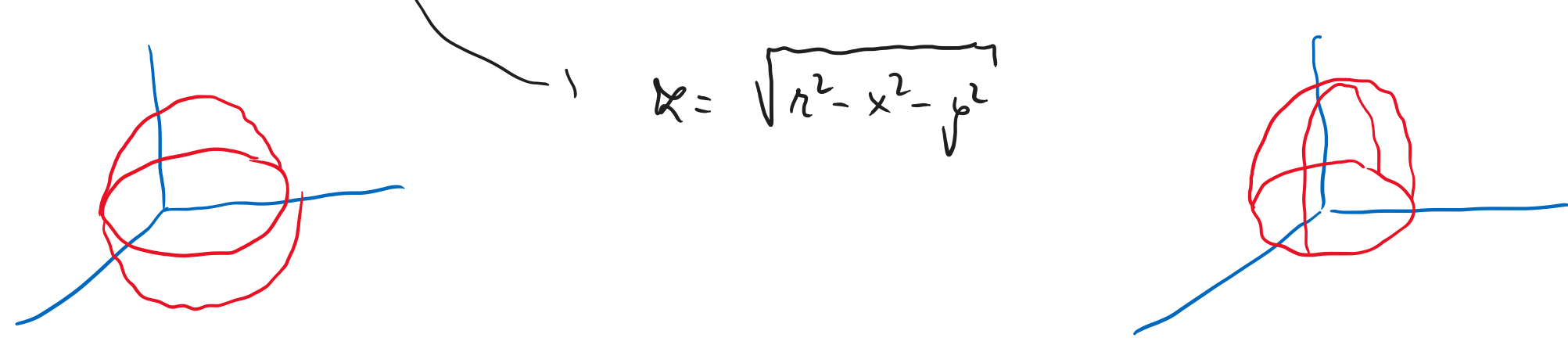
FCIA DVOCH PREMENNÝCH (F2P)



Def. Pravidlo, žluť rozdělnu $(x,y) \in A \subset \mathbb{R}^2$ púradí mone jedno čílo se sa nazýva F2P s $\mathcal{D}(f)=A$

$G(f) = \{(x,y, f(x,y)), (x,y) \in A\}$ spravidla plocha

1. $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ guľové plocha - má je F2P



2. rovina $ax + by + cz + d = 0 \iff \frac{x}{p} + \frac{y}{q} + \frac{z}{r} = 1$

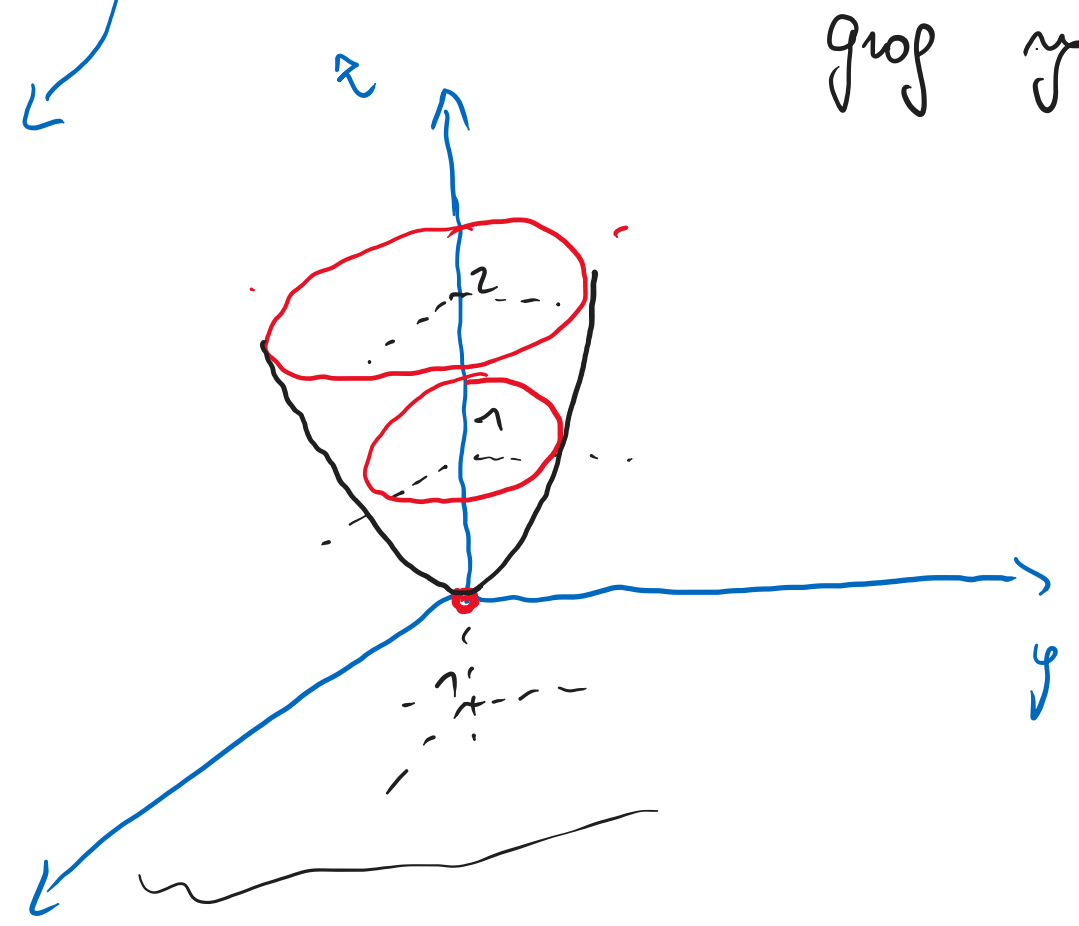


Rovnica $x=1 \rightarrow \mathbb{R}^3$



\mathbb{R}^3 $x=1 \rightarrow$ rovina || osi y a z

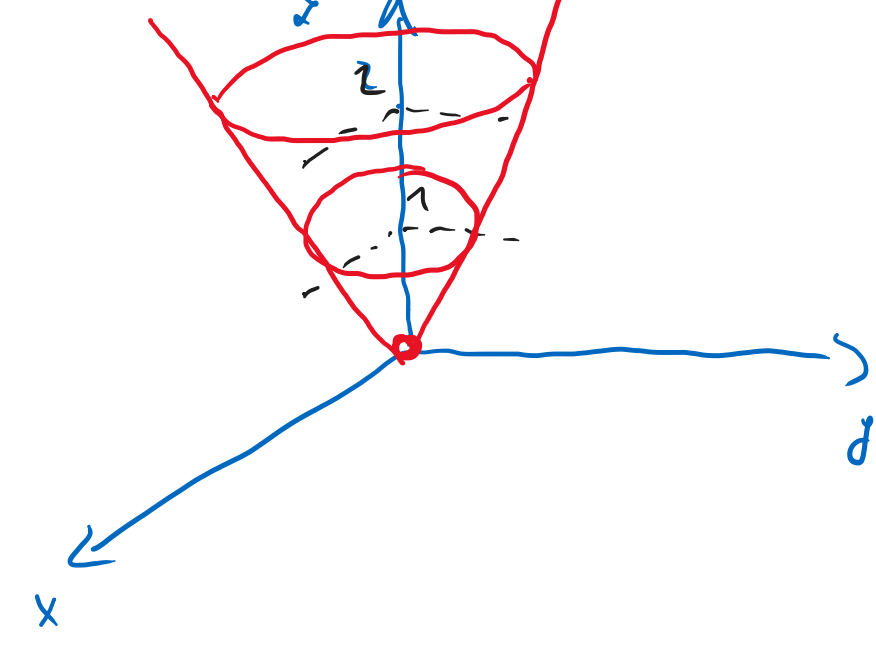
3. $z = x^2 + y^2 \rightarrow$ paraboloid (rotčný) guľou rýbovne pomocou roviny



Rovnica	Priečnica
$z=0$	$x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow$ Bod $(0,0)$
$z=1$	$x^2 + y^2 = 1$ kružnica $r=1$
$z=2$	$x^2 + y^2 = 2$ kružnica $r=\sqrt{2}$
\vdots	\vdots
$z=-1$	$x^2 + y^2 = -1$ \emptyset

OBRYŠ PLOCHY Priečnicou s rovinou x,z $\{y=0\}$ $\{z=x^2+y^2\}$ $z=x^2$ - PARAB

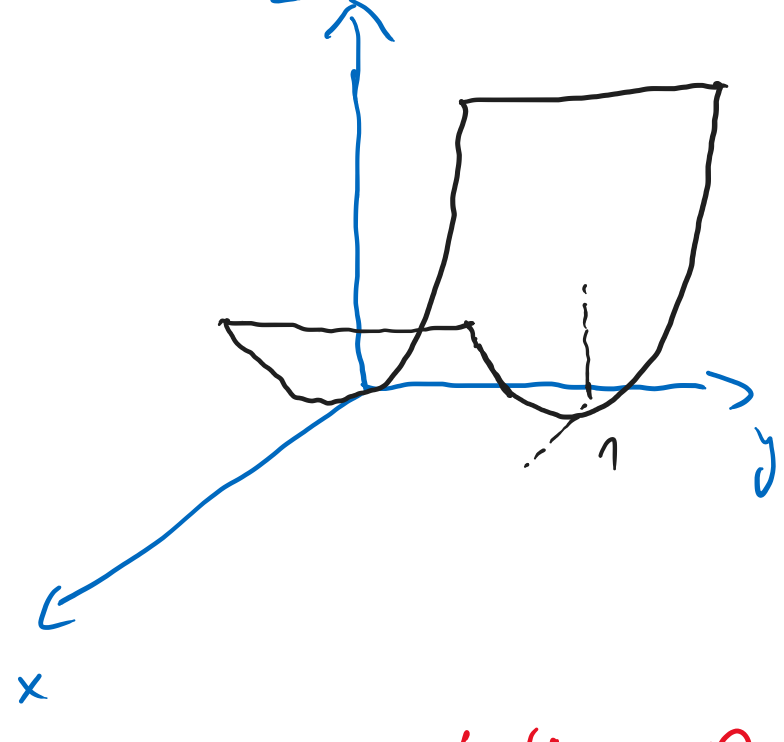
4. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ - kužeľové plocha



Roviny	Rezy
$z=0$	$\sqrt{x^2+y^2}=0 \iff x^2+y^2=0 \dots$ Bod $(0,0)$
$z=1$	$\sqrt{x^2+y^2}=1 \iff x^2+y^2=1$ kružn.
$z=2$	$\sqrt{x^2+y^2}=2 \iff x^2+y^2=2^2$ kružn.

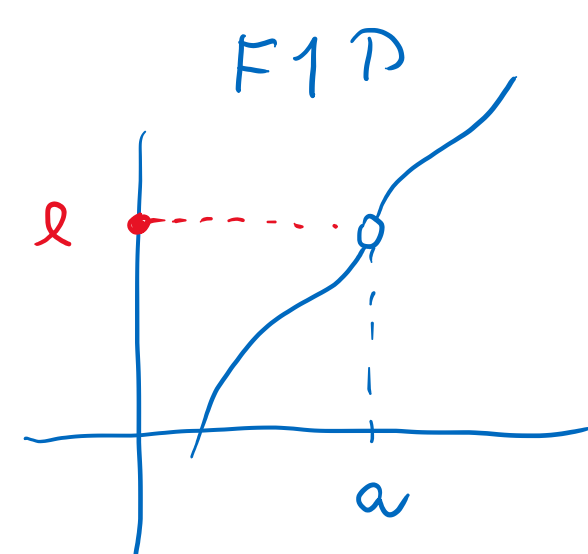
OBRYŠ $y=0 \Rightarrow z = \sqrt{x^2} = |x|$

5. Valcovitá plocha (chýba 1 premenná) $z = x^2$ (sme v \mathbb{R}^3 výsledok má je parabola!)



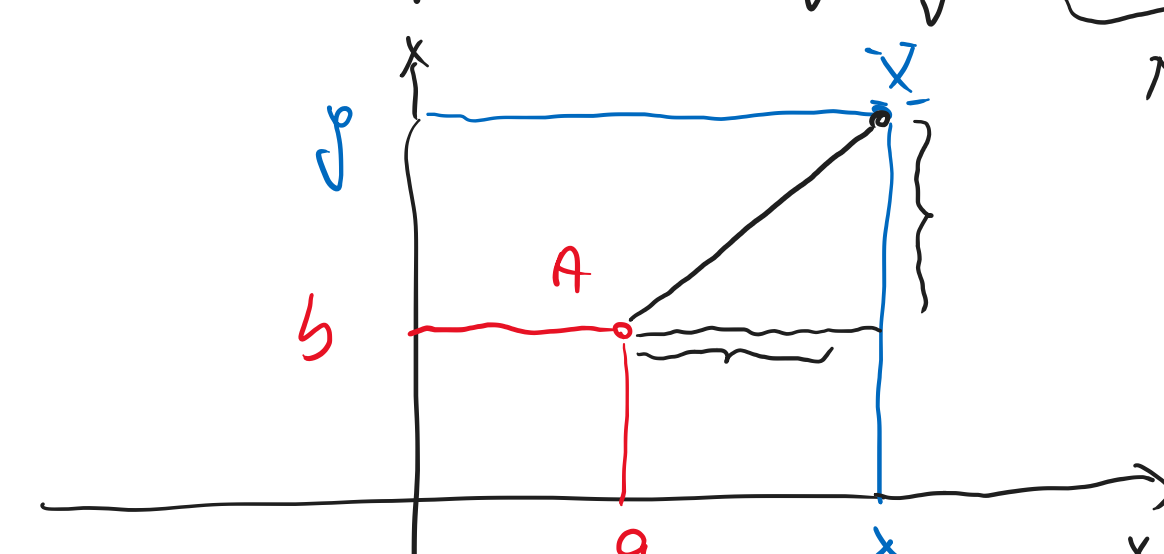
Rezy rovinami $\{y=0\} \dots z = x^2$ - parabola $\{y=1\} \dots z = x^2$ - rovnobež. par. Takém parabola $z = x^2$ po osi y

LIMITA F2P



niekoľko def. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \iff$ ak $x \rightarrow a \Rightarrow f(x) \rightarrow l$
 Približovne $\{x \rightarrow a\} \Rightarrow \{f(x) \rightarrow l\}$
 $|x-a| \rightarrow 0 \Rightarrow |f(x)-l| \rightarrow 0$

pre F2P definujeme vzdialenosť 2 bodov



METRIKA $\vec{X} = (x,y)$ $A = (a,b)$
 $\rho(\vec{X}, A) = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$

$\lim_{\vec{X} \rightarrow A} f(x,y) = l \iff \int \rho(\vec{X}, A) \rightarrow 0 \Rightarrow |f(x,y) - l| \rightarrow 0$
 $\vec{X} \rightarrow A \Rightarrow f(x,y) \rightarrow l$

PRAVIDLA PRE VÝPOČET LIMIT F2P SU' ROVNAKÉ AKO PRE F1P

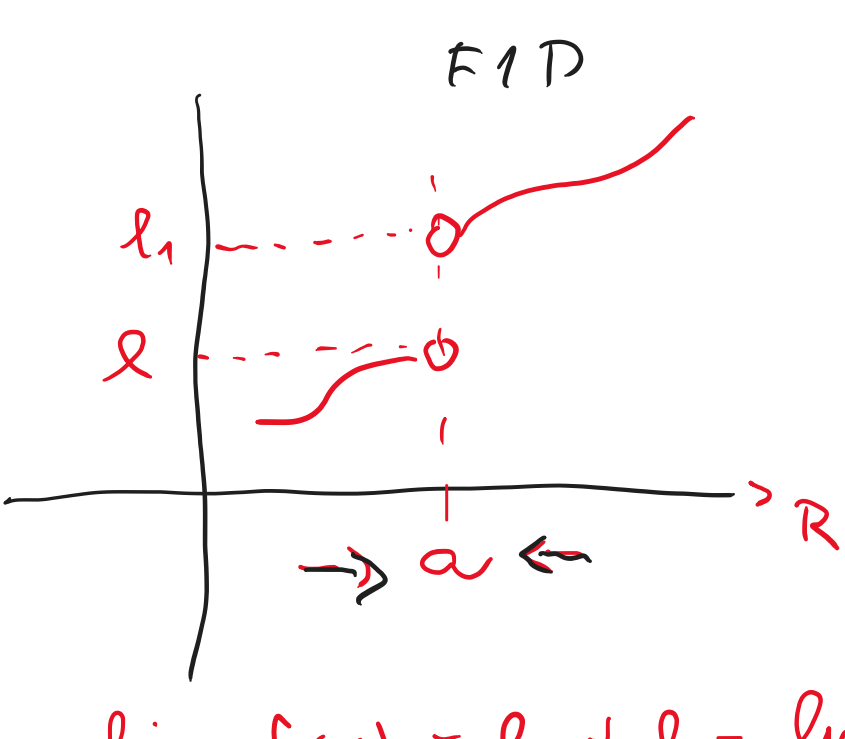
limite súčtu = súčet limit

F2P $\lim_{x \rightarrow 1, y \rightarrow 2} \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lim_{x \rightarrow 1} x^2 \\ \lim_{y \rightarrow 2} y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2^2 \end{pmatrix} = 1 \cdot 2^2 = 4$

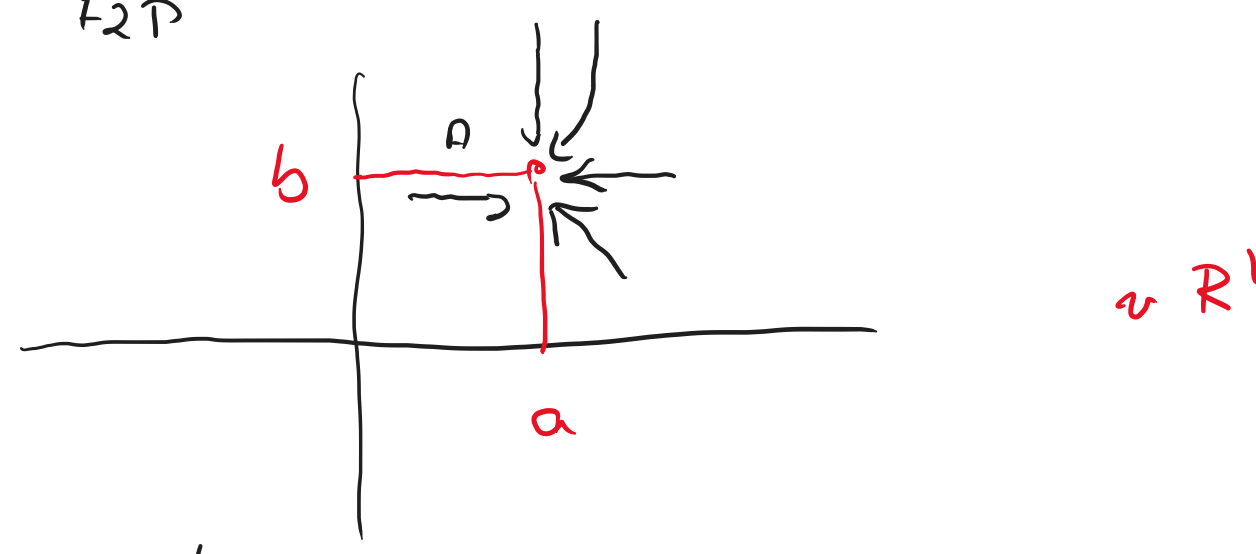
Pravidlo - ak pri doštedení bodu (a,b) do $f(x,y)$ vznikne "nerovnosť" (napr. $\frac{0}{0}$), tak limitu F2P počítame doštedením a limit doštedením \rightarrow výsledok

$\lim_{x \rightarrow a, y \rightarrow b} f(x,y) = f(a,b)$

Priklady z limit F2P

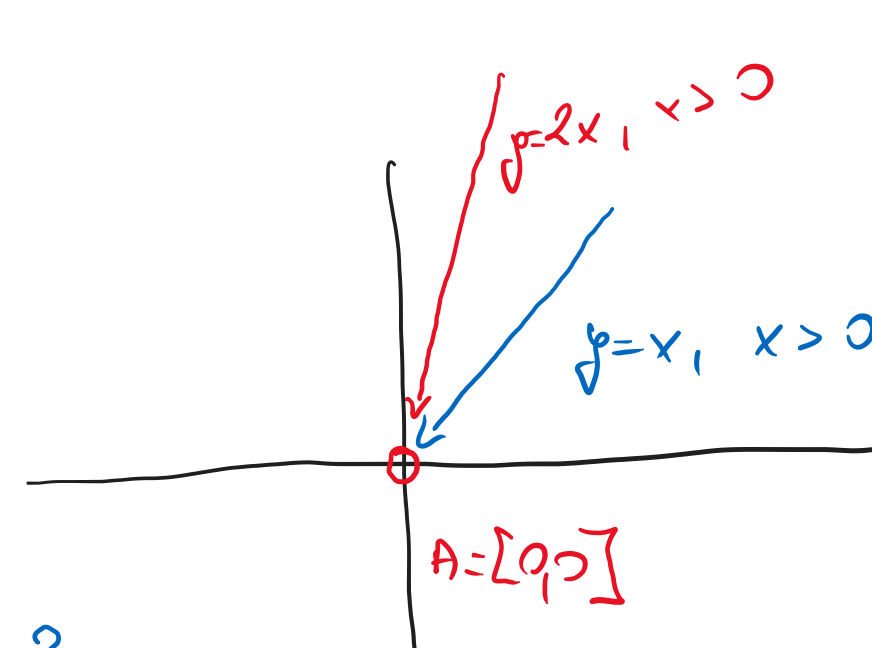


$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = l_1 \neq l_2 = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
 s menou limitu v a



ak nájdeme 2 body, je sloučené dostaneme nové limity, tak F2P nemá LIMITU

Pr. výp. $\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ (nerov.) $\left(\frac{0}{0}\right)$

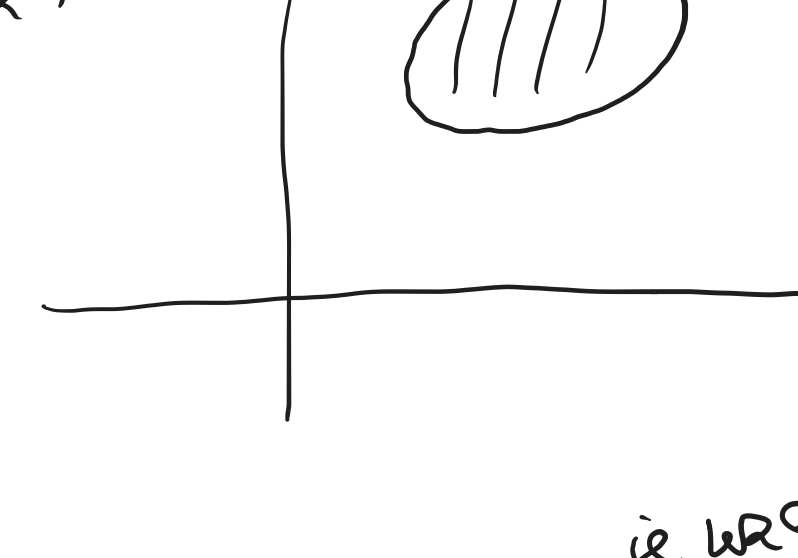


F2P $\lim_{x \rightarrow 0^+, y=x} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+x}{\sqrt{x^2+x^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+, y=2x} \frac{x+2x}{\sqrt{x^2+4x^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

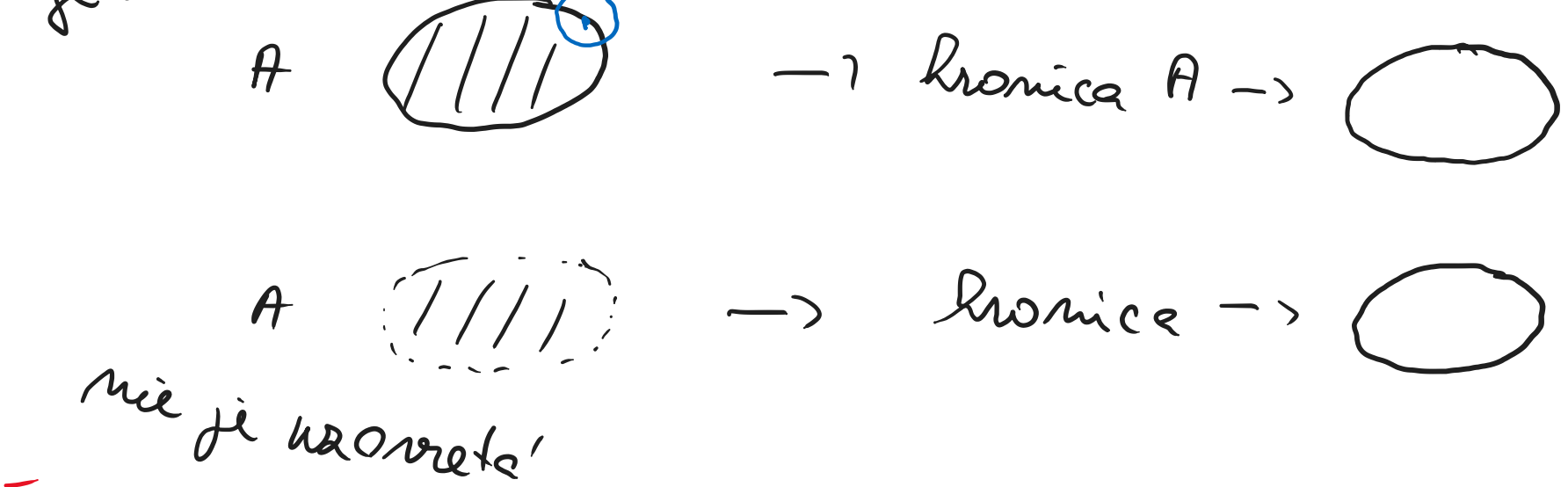
$\frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ množina v \mathbb{R}^2

F1P ak $y=f(x)$ je spojitá na $(a,b) \Rightarrow$ s ma' aj MAX aj MIN



$I = (0,1) \times (1,2)$
 obmedzené množiny v \mathbb{R}^2 je také, sloučené slúčit do niektorých množín

UZATVORENÁ množina = OBSAHUJE AJ SVOJU HRANICU



VLASTNOST AK $z = f(x,y)$ je spoj. na uzavretej a obmedzenej množine, tak ma' aj MAX AKO MIN

ÚLOHA