DOSEGAJ NA ŠIŠU KONSTANTNÍ ČINITEL:

příklady ① $P_3(x) = x^3+7x^2+16x+12$ (součet má vyjít 1 tvrdý krok)

Nové Evangelium: $1+7+16+12=0$, tedy: 1 je kořen

pouze ± 1: ale ať kořenový kořen tento nám jest nejmenší číslo

pouze celý z nejvyšší mocnin koeficient: $a_0 = 12$ ... $a_3 = 1$

$a_0 = 12$ $q|12$, $q = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$

$a_3 = 1$ $p|1$ $p = \{\pm 1\}$

možné racionálne kořeny: $\frac{q}{p} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$ ← nejmenší číslo

$\boxed{-1; \pm 2; \pm 3; -4; \pm 6; \pm 12}$

	1	7	16	12
-1		-1	-6	-10
	1	6	10	2

← 1 není kořen $P_3(x)$, $P_3(-1) = 2 \neq 0$

	1	7	16	12
-2		-2	-10	-12
	1	5	6	0 = $P_3(-2)$

← -2 je kořen

$P_3(x) = x^3+7x^2+16x+12 = (x+2)(x^2+5x+6) = (x+2)(x+2)(x+3) = (x+2)^2(x+3)$

$x-(-2)$ kořen

$x^2+5x+6=0$

$(x+2)(x+3)=0$

② $P_3(x) = 2x^3-3x^2+x-3$

$2+3+1-3=0$ 1 není kořen

možné racionálne kořeny: $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm 3, \pm \frac{3}{2}$

$p|a_0$ -3 $q|a_n$ 2

$p = \{\pm 1, \pm 3\}$ $q = \{\pm 1, \pm 2\}$

ROZDELENÍ SEMINA:

	2	3	1	-3
-1		-2	-1	-3
	2	1	3	-6 ≠ 0

← -1 není kořen

$\frac{1}{2}$		1	2	3
	2	4	6	0 = $P_3(\frac{1}{2})$

← $\frac{1}{2}$ je kořen

$2x^3-3x^2+x-3 = (x-\frac{1}{2})\cdot(2x^2+4x+6) = \boxed{2(x-\frac{1}{2})(x^2+2x+3)}$

kořen

$x^2+2x+3=0$ ✓ nemá kořeny v $\mathbb{R}$

$D = 4-4\cdot 3 = 4-12 = -8 < 0$

ROZKLAD RACIONÁLNÍ FUNKCE NA SOUČET PARCIÁLNÍCH ZLOMKŮ

Def. Racionální funkce je funkce $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$

(a $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2}$) ← ať $n < m$ ← ať $n \geq m$ ($f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1} = 1 + \frac{2}{x^2-1}$)

ať kořeny nejsou reálné — RYZÍ RACIONÁLNÍ FUNKCE — NEPRYZÍ RACIONÁLNÍ

v tomto případě ne-em dělit!

$\boxed{\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = S(x) + \frac{R(x)}{Q_m(x)}}$

$\deg R(x) < m$

neprvní ! = polynom + první racionální funkce

Nech $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ je ryzí racionální funkce ($n < m$) (pokračovaný výpočet)

(příklad) každá ryzí racionální funkce nám zapsat ako součet parciálních zlomků

nebo v nalezl.

$\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \dots + \frac{\square}{\square}$

Def. PARCIÁLNÍ ZLOMKY: $\frac{A}{x-a}$, $\frac{A}{(x-a)^k}$, $\frac{Bx+C}{(x^2+px+q)}$, $\frac{Bx+C}{(x^2+px+q)^k}$

$p^2-4q<0$ nemá R kořen

kde $A, B, C, a, p, q \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{N}$

? ale ještě nalezl nedělá ? → nemůžeme pokračovat v tomto nálezu kořenů $Q_m(x)$

TRIKLADY: 1) $\frac{P_n(x)}{(x-a)(x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$ ② kořen $x+1=0$ — Evangelium — 1 zlomky nám pradlo ale výsledek nalezl

2) $\frac{P_n(x)}{(x-a)^2} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{x-a}$ 2 kořen ② ničí exponenty

3) $\frac{P_n(x)}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c}$ ③ kořen $(x+1)=0$ ničí exponent

pak Evangelium = ničí exponenty ⇒ nemůžeme

4) $\frac{P_n(x)}{(x-a)^2(x-b)} = \frac{A}{(x-a)^2} + \frac{B}{x-a} + \frac{C}{x-b}$ ③ kořen zatracení exponentu

5) $\frac{P_n(x)}{(x-a)^3} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{C}{x-a}$

6) $\frac{P_n(x)}{(x-a)(x^2+px+q)} = \frac{A}{x-a} + \frac{Bx+C}{x^2+px+q}$ 2 parciálne zlomky

nalezl na nějaký kořen Evangelium — nemá R kořen

③ $\frac{P_n(x)}{(x-a)^2(x-b)(x^2+px+q)(x^2+p_1x+q_1)} = \frac{A}{(x-a)^2} + \frac{B}{(x-a)} + \frac{C}{x-b} + \frac{Dx+E}{x^2+px+q} + \frac{Fx+G}{x^2+p_1x+q_1}$

Ničí exponent = $2+1+1+1 = 5$

PŘÍKLADY: Rozložte dané racionální funkce na součet parciálních zlomků

① $\frac{2x^2+10x-18}{x^3-2x^2-5x+6}$

ryzí racionální ☺

vzorec nenosil

x^3-2x^2-5x+6 a nalezl na nějaký kořen Evangelium

$1-2-5+6=0$

kde 1 je kořen

	1	-2	-5	6
1		1	-1	-6
	1	-1	-6	0 = $P(1)$

$x^3-2x^2-5x+6 = (x-1)(x^2-x-6) =$ ← 1 je kořen

$(x-1)(x-3)(x+2)$

KOUREK ☺?

$\frac{2x^2+10x-18}{(x-1)(x-3)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+2}$

Speciálne zlomky

nalezujeme výpočet kořenů

$\cdot(x-1)(x-3)(x+2)$

$2x^2+10x-18 = A(x-3)(x+2) + B(x-1)(x+2) + C(x-1)(x-3)$

nalezujeme najprvé kořenů: 1) dosadzovania ← postupu v tomto příkladě 2) porovnania

dosadzujem: nech $x=1$, $2\cdot 1^2+10\cdot 1-18 = A(1-3)(1+2)+0+0$

kde 1 je kořen

$-6 = -6A$

$A = 1$

nech $x=3$, $2\cdot 3^2+10\cdot 3-18 = 0+B(3-1)(3+2)+0$

kde 3 je kořen

$30 = 10B$

$B = 3$

nech $x=-2$, $2(-2)^2+10(-2)-18 = 0+0+C(-2-1)(-2-3)$

kde -2 je kořen

$C = -2$

Výsledok: $\frac{2x^2+10x-18}{x^3-2x^2-5x+6} = \frac{1}{x-1} + \frac{3}{x-3} - \frac{2}{x+2}$

② $\frac{4x^2-7x+1}{x^3-2x^2+x} = \frac{4x^2-7x+1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)}$ ← normuje

ryzí racionální ☺ — 3 parciálne zlomky

$x(x^2-2x+1) = x(x-1)^2$

$4x^2-7x+1 = A(x-1)^2 + B\cdot x + Cx(x-1)$ $/ \cdot x(x-1)^2$

mimo tvrdého kořene 0, 1

dosadzovací metoda:

nech $x=0$, $1 = A(0-1)^2+0+0$

$A = 1$

nech $x=1$ $4-7+1 = 0+B\cdot 1+0$

$-2 = B$

dosadzujemo, nemůže vše ale na nepřipojí: nech $x=2$, $4\cdot 2^2-7\cdot 2+1 = A(2-1)^2+B\cdot 2+C\cdot 2(2-1)$

$3 = 1-4+2C$

$C = 3$

Výsledok: $\frac{4x^2-7x+1}{x^3-2x^2+x} = \frac{1}{x} - \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1}$

porovnávací metoda ← 2 zlomky příklad:

$4x^2-7x+1 = A(x-1)^2+Bx+Cx(x-1)$

$4x^2-7x+1 = A(x^2-2x+1)+Bx+Cx^2-Cx$

$4x^2-7x+1 = Ax^2-2Ax+A+Bx+Cx^2-Cx$

$4x^2-7x+1 = (A+C)x^2+(-2A+B-C)x+A$

porovnání — porovnání

x^2: $4 = A+C$ → $C = 3$

x: $-7 = -2A+B-C$ → $B = -2$

x^0: $1 = A$

porovnávací metoda ← 3 zlomky příklad:

[příklad] z porovnávania polynomov nemá iné polynomy na nemajú, ale na konečnéžka. Ganja a mnoho normálé kořenovky pu normálek matematiky X.

$n \to \infty$, $\forall i$ $a_i = 0$!

③ $\frac{x-10}{x^3-2x^2+4x-8}$

ryzí racionální ☺

$x^3-2x^2+4x-8 = x^2(x-2)+4(x-2) = (x-2)\cdot(x^2+4)$ ← nemá R kořen

$\frac{x-10}{(x-2)(x^2+4)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{(x^2+4)}$ / $\cdot(x-2)(x^2+4)$ nemá R kořen

Ničí exponenty = 1+1=2

nejprvé kořenů:

$x-10 = A(x^2+4)+(Bx+C)(x-2)$

dosadzovací metoda nech $x=2$, $2-10 = A(2^2+4)+0$

kořen

$A = -1$

nech $x=0$ $-10 = A\cdot(0+4)+(B\cdot 0+C)(0-2)$

$-10 = -4-2C$

$C = 3$

nech $x=1$ $1-10 = A\cdot(1+4)+(B\cdot 1+C)\cdot(1-2)$

$-9 = -5+(B+3)\cdot(-1)$

$B = 1$

Výsledok: $\frac{x-10}{x^3-2x^2+4x-8} = \frac{-1}{x-2} + \frac{x+3}{x^2+4}$