

Zobrazenia:

Definícia: Zobrazenie z množiny A do množiny B je binárna relácia $f \subseteq \underline{A} \times \underline{B}$ s vlastnosťami:

1) ku každému $a \in A$ existuje $b \in B$ také, že $(a, b) \in f$.

2) ak $(a, b) \in f$ a $(a, c) \in f$, tak $b = c$.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

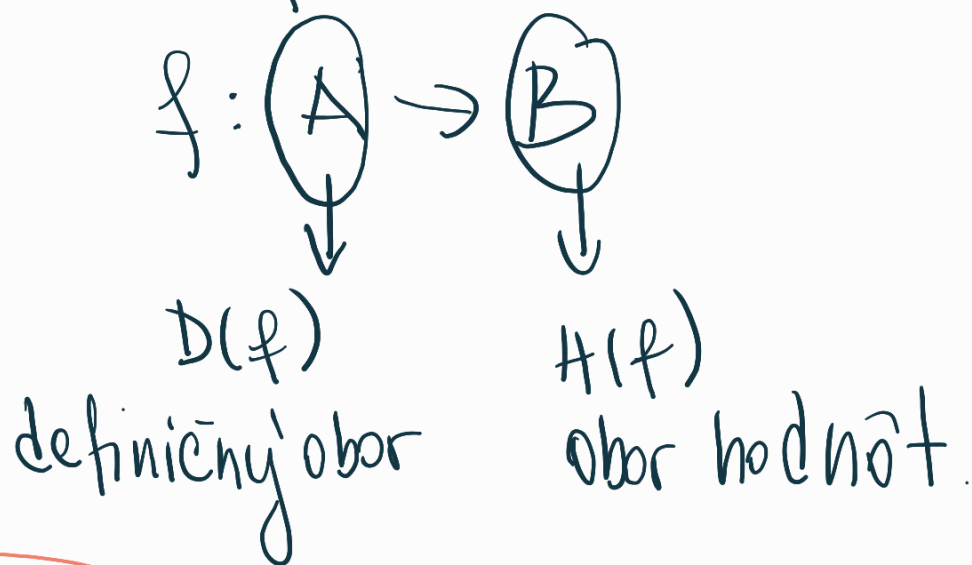
$$f = \{(1, a), (1, b), (2, c), (3, d)\}$$

↳ je to zobrazenie.

- Nie je to zobrazenie, lebo $(1, a), (1, b) \in f$
ale $a \neq b$
- prvok 4 nemá priradenú hodnotu.

ZOBRAZENIE $\rightarrow$ FUNKCIA

ZOBRAZENIE f z mn. A do mn. B :



$(a, b) \in f$:

- prvok a je obrazom pre b
- obrazom prvku a je prvok b

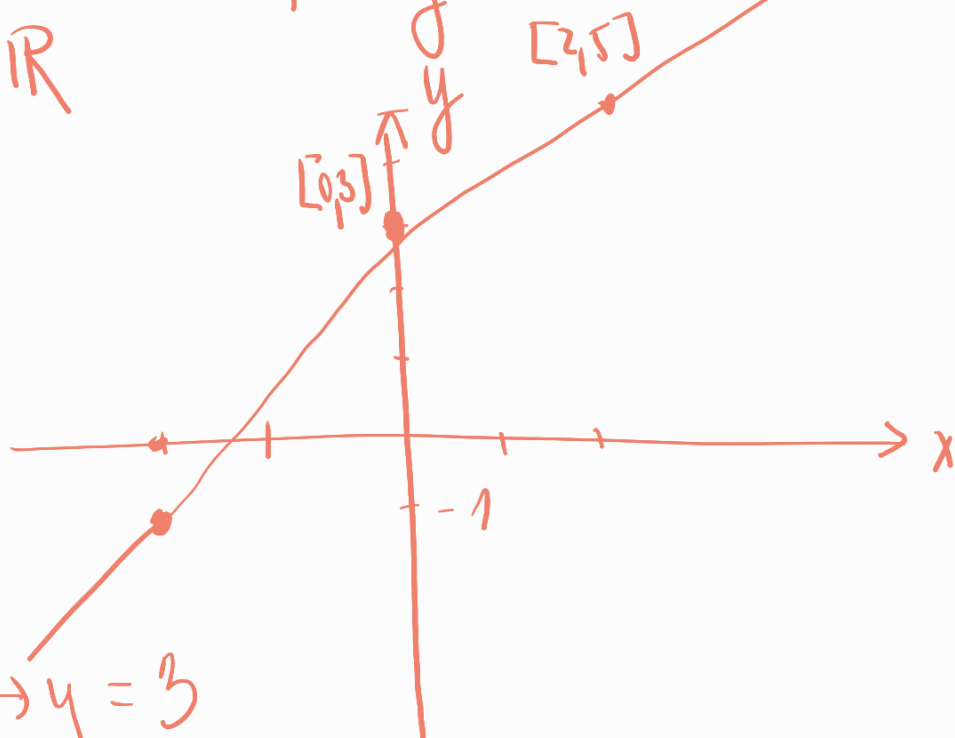
$a \mapsto b$

$$\underline{\underline{b = f(a)}}$$

$$A = \mathbb{R}$$

$$B = \mathbb{R}$$

$$f: y = 2x + 3$$



$$x = 0 \rightarrow y = 3$$

$$x = 1 \rightarrow y = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

$$x = -2 \rightarrow y = -2 \cdot 2 + 3 = -1$$

Definícia: Ak $f: A \rightarrow B$ je zobrazenie a $C \subseteq A$, tak

$f_C: C \rightarrow B$ definované predpisom

$f_C(x) = f(x)$ pre všetky $x \in C$

nazývame zúžením zobrazenia f

na množinu C .

$$f, f_C \rightarrow f_C = f \cap (C \times B)$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

$$f = \{(1, a), (2, b), \underline{(3, b)}, \underline{(4, c)}\}$$

↳ je to zobrazenie

- všetky prvky z A majú obraty
- žiadny prvok nemá viac ako 1 obraz.

$$C = \{3, 4\}$$

$$f_C = \{(3, b), (4, c)\}$$

$$g = \{(3, b), (4, c), (\cancel{1, b})\}$$

↳ má je to tuženie

PRÁZDNE ZOBRAZENIE:

Ak $A = \emptyset$ alebo $B = \emptyset$, tak $A \times B = \emptyset$
 t.j. $f \subseteq A \times B$, $f = \emptyset$.

IDENTITA:

Nech A je množina. Potom zobrazenie
 $\text{id}_A = \{(a, a) : a \in A\}$ na množine A
 nazývame IDENTITA na množine A .

$$f : A \rightarrow A$$

$$f = \{(x, y) \in A \times A : y = x\}$$

Zobrazení $f: A \rightarrow B$:

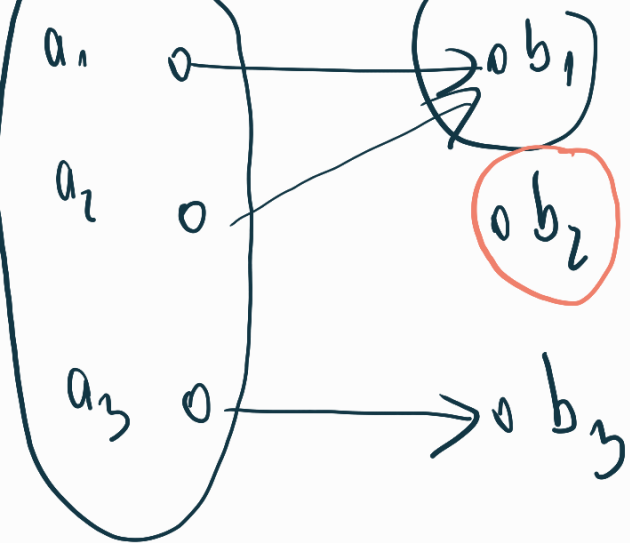
- SURJEKTIVNOST : (NA) ak každému

$b \in B$ existuje aspoň jedno $a \in A$ také, že
 $b = f(a)$

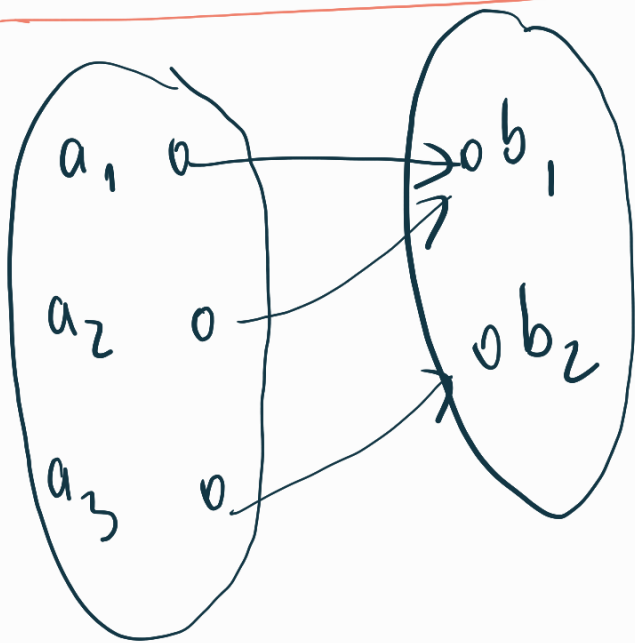
- INJEKTIVNOST : (PROSTĚ) ak pro

každou dvojici $a_1, a_2 \in A$ taku, že $a_1 \neq a_2$
platí $f(a_1) \neq f(a_2)$

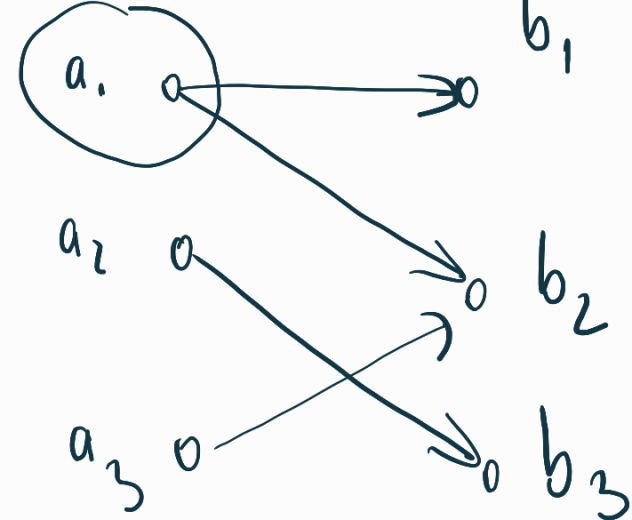
- BIJEKTIVNOST : ak je surjektivní a
injektivní.



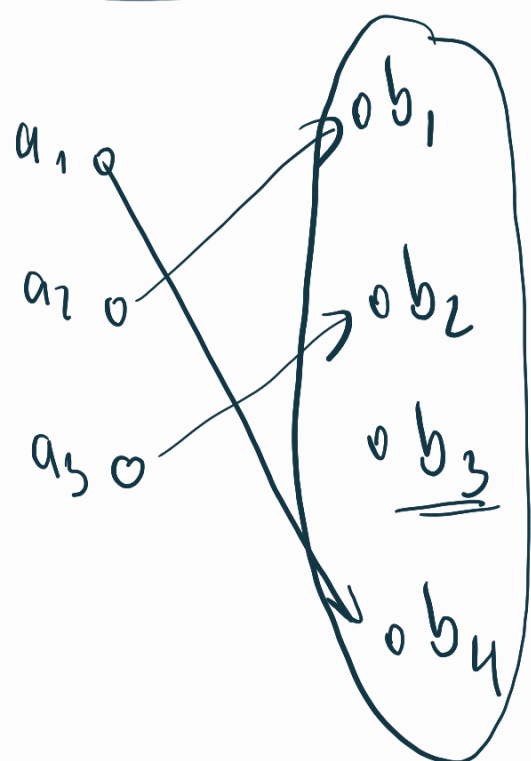
- Je to zobrazenie ✓
- NIE je injektívne, (a_1, a_2 majú rovnaký obraz)
- NIE je surjektívne, b_2 nemá vtor
- Nie je bijekt., lebo nie je sur. ani inj.



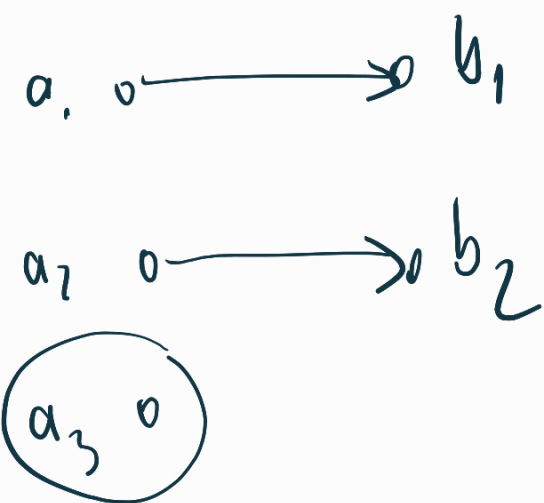
- je to zobrazenie
- NIE je injekt. ($(a_1, b_1); (a_2, b_1)$)
- JE surjekt. každý prvok z B má vtor.
- Nie je bij. lebo nie je injektívny



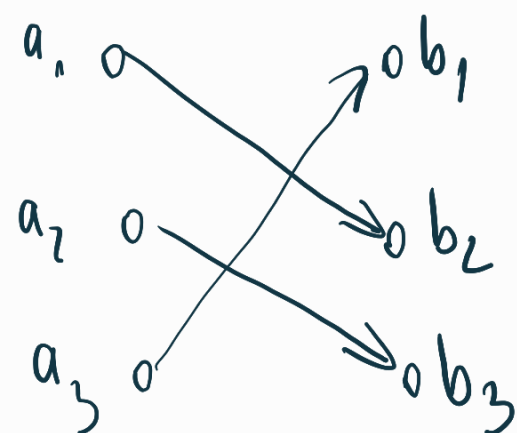
- Nie je, lebo a_1 má 2 obraty



- JE to zobrazenie
- JE injektívne
- NIE je surjektívne, lebo b_4 nemá obr
- Nie je bijek. lebo nie je surjektívne.



- NIE je to zobrazenie
lebo a_3 nemá obraz



- JE to zobr.
- JE injektívne
- JE surjektívne
- JE bijektívne.

Definícia: Majme $f: A \rightarrow B$ a $B \rightarrow C$.

SÚČINOM (ZLOŽENÍM) zobrazení f a g je
zobrazení $h: A \rightarrow C$ definované predpisom:

$$h(a) = (g(f(a)))$$

$h(a) = g(f(a))$ pre každé $a \in A$

→ SÚČIN $f \circ g$
 $f \circ g(a) = g(f(a))$



• $f \circ g \neq g \circ f$ •

↳ KOMUTATÍVNY ZÁKON
NEPLATÍ!

$$f = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$g = \{(a, 7), (b, 8), (c, 9)\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{7, 8, 9\}$$

$$h = f \circ g(x) = g(f(x)) = 1 \rightarrow a \rightarrow 7 \quad (1, 7)$$

$$= 2 \rightarrow b \rightarrow 8 \quad (2, 8)$$

$$= 3 \rightarrow c \rightarrow 9 \quad (3, 9)$$

$$h = \{ (1, 7), (2, 8), (3, 9) \}$$

$$\rightarrow f(x) = \boxed{\sin(x)}$$

$$\underline{g(x)} = x^2 + 5x - 1$$

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(\underline{\sin(x)}) =$$

$$= (\sin(x))^2 + 5 \cdot \sin(x) - 1$$

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(\underline{x^2 + 5x - 1}) =$$
$$\sin(x^2 + 5x - 1)$$

$$f_2(x) = e^{x+1}$$

$$f_3(x) = \sqrt{x^2 + 5} \quad \leftarrow x \text{ nahradim } e^{x+1}$$

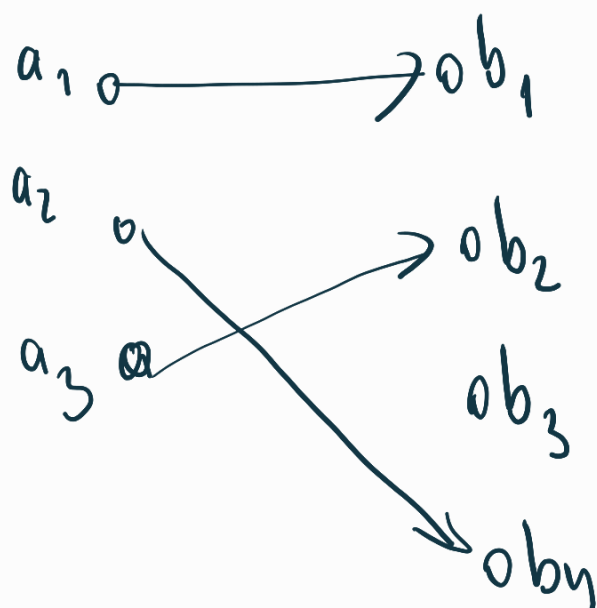
$$f_4(x) = \log\left(\frac{6}{x}\right) \quad \leftarrow x \text{ nahradim } \sqrt{(e^{x+1})^2 + 5}$$

$$f_2 \circ f_3 \circ f_4 =$$

$$= f_4(f_3(f_2(x))) = f_4(f_3(e^{x+1})) =$$

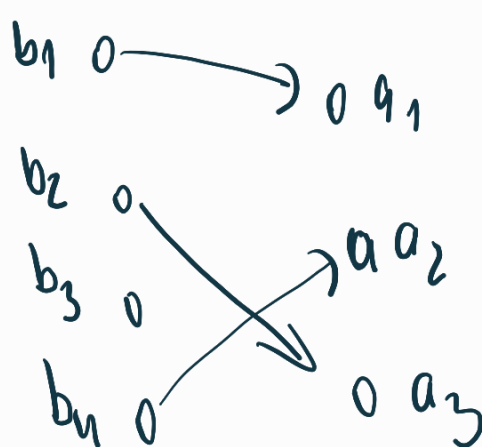
$$= f_4(\sqrt{(e^{x+1})^2 + 5}) = \log\left(\frac{6}{\sqrt{(e^{x+1})^2 + 5}}\right)$$

f, g obe su injekt. $\rightarrow$ $fo g$ je injekt.
 f, g obe su surjekt. $\rightarrow$ $fo g$ je surj.
 f, g obe su bijekt. $\rightarrow$ $fo g$ je bij.

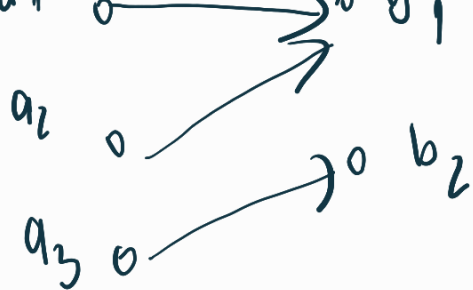


- je to obrat.
- mi je surjekt. (b_3)

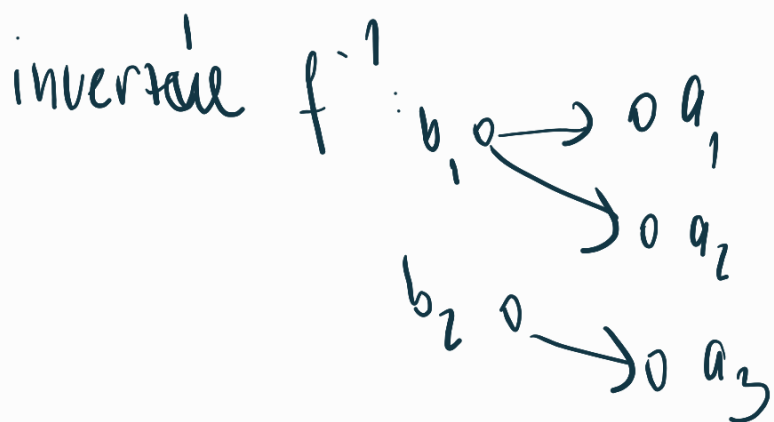
Inverzija f^{-1}



Nie je to
 • zobratenie



• je to zobrazenie
• nie je injekt. (b_1)



Nie je zobrazenie

Invertované zobrazenie f^{-1} k zobrazeniu
 $f: A \rightarrow B$ existuje ak f je bijektívne.

Definícia: Nech $f: A \rightarrow B$ je zobrazenie. Ak
existuje zobrazenie $g: B \rightarrow A$ také, že

$$1) f \circ g = id_A$$

$$2) g \circ f = id_B$$

f ak homomorfizma, f^{-1} je invertibilna transformacija
k f a otm. f^{-1} .

$$f(x) = 3x + 5$$

$$y = 3x + 5 \quad | -5$$

$$\begin{aligned} y - 5 &= 3x \quad | :3 \\ \frac{y-5}{3} &= x \end{aligned}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y-5}{3}$$

$$f(x) = \log_2(x-1)$$

$$\begin{aligned} y &= \log_2(x-1) \\ 2^y &= 2^{\log_2(x-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^y &= x-1 \\ 2^y - 1 &= x \end{aligned}$$

$$f^{-1}(x) = 2^y - 1$$

Definícia: Nech $f: A \rightarrow C$, $g: B \rightarrow D$ sú
zobrazenia. Potom **kartezianskym súčinom**
zobrazení f, g nazývame zobrazenie
 $f \times g: A \times B \rightarrow C \times D$ určené predpisom:
 $f \times g(a, b) = (f(a), g(b))$

Definícia: Ak A, B sú ľubovoľné množiny a
 $f_1: A \times B \rightarrow A$ a $f_2: A \times B \rightarrow B$
dane predpisom:

- $f_1(a, b) = a$
- $f_2(a, b) = b$

tak tieto zobrazenia nazývame projekcie
na množiny $A(f_1)$; $B(f_2)$.

$$C = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$$

$$f: C \rightarrow A \quad (A = \{1, 2, 3, 4\})$$

$$(1, a) \rightarrow 1$$

$$(2, b) \rightarrow 2$$

$$(3, c) \rightarrow 3$$

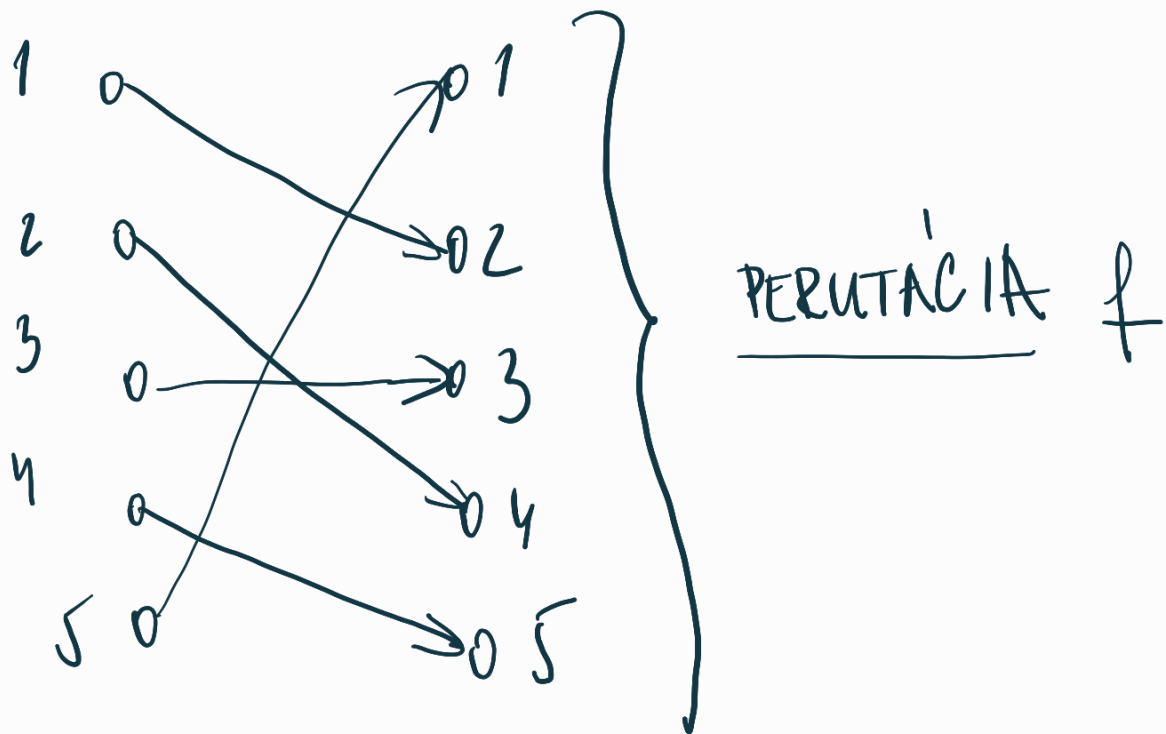
$$(4, d) \rightarrow 4$$

$\Rightarrow$ projekcia

Definícia: Ak M je konečná množina,
tak bijekciu $f: M \rightarrow M$ budeme nazývať
PERMUTÁCIA množiny M .

$$\text{Nech } M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

NEW 1 1 2 1 1 2 1 1 1 2 3



zapis:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ f(1) & f(2) & f(3) & f(4) & f(5) \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$|M| = n$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ n & n-1 & n-2 & & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1}}$$
