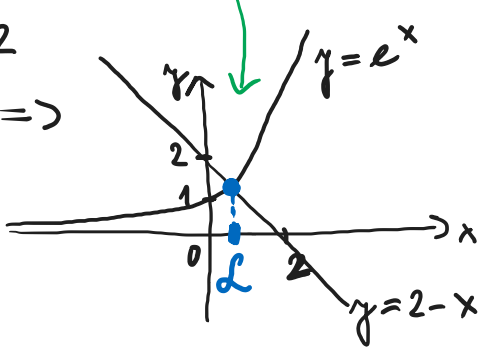


PRÍKLADY MOŽNÝCH FORMULÁCIÍ ÚLOH NA ZÁPOČTOVEJ PREVIERKE:

1) GRAFICKY ODSEPARUJTE VŠETKY KORENE ROVNICE, URČTE A OVERTE INTERVALY SEPARÁCIE: $e^x + x - 2 = 0$.

$$f(x) = e^x + x - 2$$

$$e^x = 2 - x \Rightarrow$$



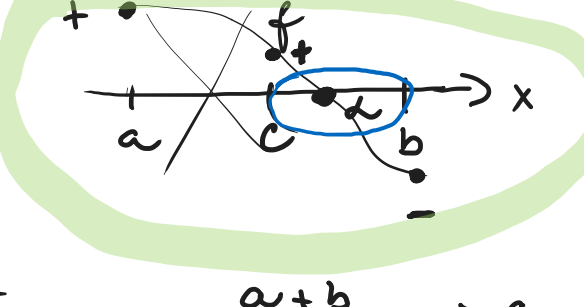
$$\mathcal{L} \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$f(0) = -$$

$$f(1) = +$$

2A) METÓDOU BISEKCIE RIEŠTE ROVNICU $e^x + x - 2 = 0$. VÝPOČET ZAČNITE NA INTERVALE $\langle \frac{a_0}{a} ; \frac{b_0}{b} \rangle$. UROBTE 3 KROKY A ODHADNITE CHYBU, KTOREJ STE SA DOPUŠTILI

n	a_n	c_n	b_n	$f(a_n) \cdot f(c_n)$
0	0	0,5	1	-
1	0	0,25	0,5	-
2	0,25	0,375	0,5	-
3	0,375	0,4375	0,5	-



NIE JE SÚČASŤ RIEŠENIA

$$c = \frac{a+b}{2} \Rightarrow c_n = \frac{a_n + b_n}{2}$$

$$\mathcal{L} \approx c_3 = 0,4375 \pm 0,0625$$

$$\text{ODHAD CHYBY: } |c_n - \mathcal{L}| \leq \frac{b-a}{2^{n+1}} \Rightarrow |c_3 - \mathcal{L}| \leq \frac{1-0}{2^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

2B) METÓDOU BISEKCIE S PRESNOSŤOU $\epsilon = 2 \cdot 10^{-2}$ RIEŠTE ROVNICU $e^x + x - 2 = 0$. ZAČNITE NA INTERVALE $\langle 0,2 ; 0,5 \rangle$.

Z ODHADU CHYBY $\Rightarrow |b_n - a_n| < 2 \cdot \epsilon \Rightarrow$ VTEĎ NÔŽEM VÝPOČET UKONČIŤ

n	a_n	c_n	b_n	$f(a_n) \cdot f(c_n)$	$ b_n - a_n < 2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 0,04$
0	0,2	0,35	0,5	-	$0,5 - 0,2 = 0,3 \not< 0,04$
1	0,35	0,425	0,5	-	$0,5 - 0,35 = 0,15$
2	0,425	0,4625	0,5	+	$0,5 - 0,425 = 0,075$
3	0,425	0,44375	0,4625	-	$0,4625 - 0,425 = 0,0375 < 0,04$

$$\mathcal{L} \approx c_3 = 0,44375 \pm 2 \cdot 10^{-2}$$

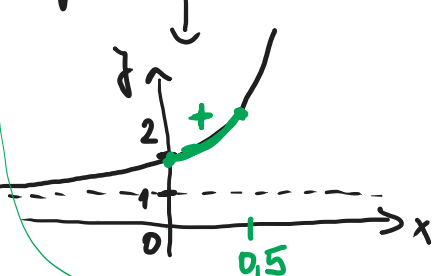
3A) PRE ROVNICU $e^x + x - 2 = 0$ OVERTE NA INTERVALE $\langle \frac{a}{a} ; \frac{b}{b} \rangle$ PODMIENKY KONVERGENCIE NEWTONOVEJ METÓDY A Z KRAJNÝCH BODOV INTERVALU $\langle 0 ; 0,5 \rangle$ VYBERTE VHODNÝ ŠTARTOVACÍ BOD.

PODMIENKY KONVERGENCIE $\Rightarrow f'(x)$ na $\langle a, b \rangle$ NESMIE MENIŤ ZNAMENKU
 $f''(x)$ na $\langle a, b \rangle$ -||-

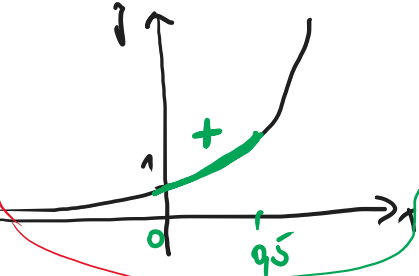
PODMIENKA PRE ŠTART. BOD $\Rightarrow f''(x_0) \cdot f'(x_0) > 0$

$$f(x) = e^x + x - 2$$

$$f'(x) = e^x + 1 > 0 \checkmark$$



$$f''(x) = e^x > 0 \checkmark$$



$$x_0 = 0,5$$

$$f(0) = -$$

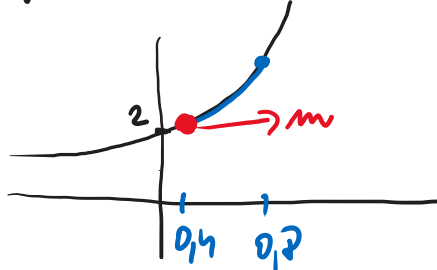
$$f(0,5) = +$$

3B) ODHADNITE CHYBU, KTOREJ STE SA DOPUŠTILI, AK STE VÝPOČET ROVNICE $e^x + x - 2 = 0$ UKONČILI V 3. KROKU ($x_3 = 0,442854$) NEWTONOVEJ METÓDY SO ZAČIAŤOČNÝM (SEPARAČNÝM) INTERVALOM $\langle \frac{a}{a} ; \frac{b}{b} \rangle$

$$\text{ODHAD CHYBY} \rightarrow |x_n - \mathcal{L}| \leq \frac{|f(x_n)|}{m}; m = \min_{\langle a, b \rangle} |f'(x)|$$

$$f(0,442854) = -0,000001025 = -1,025 \cdot 10^{-6}$$

$$f'(x) = e^x + 1 > 0 \Rightarrow |f'(x)| = e^x + 1 \Rightarrow m = f'(0,4) = e^{0,4} + 1 = 2,491825$$



$$|x_3 - \mathcal{L}| \leq \frac{1,025 \cdot 10^{-6}}{2,491825} \approx 4 \cdot 10^{-7}$$

3C) NEWTONOVOU METÓDOU S PRESNOSŤOU $\epsilon = 10^{-2}$ RIEŠTE ROVNICU

$e^x + x - 2 = 0$. ZAČNITE V ŠTARTOVACOM BODE $x_0 = 0,8$.

KEDY KONČÍM VÝPOČET $\rightarrow f(x_n - \epsilon) \cdot f(x_n + \epsilon) < 0 \rightarrow \epsilon$ -STOP TEST

$$\text{ITERAČNÝ PROCES} \rightarrow x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$f'(x) = e^x + 1$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{e^{x_n} + x_n - 2}{e^{x_n} + 1}$$

n	x_n	$f(x_n - \epsilon) \cdot f(x_n + \epsilon) < 0$	$x_1 = x_0 - \frac{e^{x_0} + x_0 - 2}{e^{x_0} + 1}$
0	0,8		
1	0,482056	$e^{0,482056} + 0,482056 - 2$	$x_1 = 0,8 - \frac{e^{0,8} + 0,8 - 2}{e^{0,8} + 1} = 0,482056$
2	0,443323	$- \cdot + < 0$	

$$\mathcal{L} \approx x_2 = 0,443323 \pm 10^{-2}$$