

MOCKOVÝ RAD

je rad speciálních řad (ita maticových) a tvar
 $a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)^2 + a_3(x-x_0)^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-x_0)^n$
 konst. řada lineární řada kvadratická řada křivkový řadu střed řadu

Ma's bude konvergovat, když (pro dané x) bude daný rad konvergovat.
 Inak píšeme, bude ma's konvergovat OBOŘ KONVERGENCIE radu.

Speciálně pro $x=x_0 \Rightarrow a_0 + 0 + 0 + \dots = a_0 = S$
 ma's má $\Rightarrow$ KONVERGUJE

Závěr: Každý maticový rad konverguje v nějakém středě.

VERA: Pro každý maticový rad $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ existuje „číslo“ ρ také,
 že na intervalu $(x_0-\rho; x_0+\rho)$ maticový rad konverguje a mimo nebo
 diverguje. (ρ - POLOMER KONVERGENCIE)

Či's příklad, že $\rho=2 \Rightarrow$ matic. rad se středem x_0 konverguje na
 intervalu $(x_0-2; x_0+2)$ = INTERVAL KONVERGENCIE a diverguje na
 intervalu $(-\infty; x_0-2) \cup (x_0+2; \infty)$.

Příklad: a co se děje v krajních bodech? $\Rightarrow$ nevíme v příkladech

že $\rho=0 \Rightarrow$ obor konvergence $OK = \{x_0\}$

že $\rho=\infty \Rightarrow OK = (x_0-\infty; x_0+\infty) = (-\infty; \infty) \Rightarrow$
 maticový rad konverguje všude; $\forall x \in \mathbb{R}$

Příklad je, že má být to „číslo“ ρ - POLOMER KONVERGENCIE

Pomůžeme si převést na konvergenční číselný rad.

že v maticovém radě dáváme za x konkrétní reálné
 číslo, vznikne z maticového radu číselný rad, který konverguje
 či nevíme vyřešit.

Příklad rad $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ pro $x=-1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \Rightarrow$ LEIBNIZOVO KRITEŘIUM
 pro $x=5 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n} \Rightarrow$ D'ALEMBERTOVO KRITEŘIUM

ÚVHA: maticový rad $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n \Rightarrow$ řada
 ale b_n

Pro $x \neq x_0$ využijeme D'Alambertovo podílové kritérium: konst.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{b_{n+1}}{b_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1} \cdot (x-x_0)^{n+1}}{a_n \cdot (x-x_0)^n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1} \cdot (x-x_0) \cdot \cancel{(x-x_0)^n}}{a_n \cdot \cancel{(x-x_0)^n}} \right| =$$

$$= |x-x_0| \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = |x-x_0| \cdot \lambda \rightarrow \text{nejde čísla, podle D'Alamberta}$$

řada je λ

ale bude to číslo menší než 1,
 bude rad ještě konvergovat.

Takže máme podmínku:

$$|x-x_0| \cdot \lambda < 1; \text{ ale } \lambda \in (0, \infty)$$

$$|x-x_0| < \frac{1}{\lambda}$$

$$x_0 - \frac{1}{\lambda} < x < x_0 + \frac{1}{\lambda} \Rightarrow (x_0 - \frac{1}{\lambda}; x_0 + \frac{1}{\lambda}) \text{ je interval konvergence}$$

VERA: Nechť $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lambda$. Potom polomer konvergence $\rho = \frac{1}{\lambda}$;

přičemž že $\lambda=0 \Rightarrow \rho=\infty$
 $\lambda=\infty \Rightarrow \rho=0$.

Podobně můžeme využít aj Cauchyho odmocninového kritérium,
 a potom λ máme pomocí $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$.

VERA: Nechť $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \lambda$. Potom polomer konvergence $\rho = \frac{1}{\lambda}$;

přičemž že $\lambda=0 \Rightarrow \rho=\infty$
 $\lambda=\infty \Rightarrow \rho=0$.

Když něco pravě využijeme v následujícím PŘÍKLADU.

PŘÍKLAD 12: Je daný rad $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n} \cdot x^n = \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\left(\frac{10^n}{n} \right)}_{a_n} \cdot \underbrace{(x-0)^n}_{\text{STŘED RAD}}$

1) Máme střed řadu: $x_0=0$

2) Máme polomer ρ konvergence radu

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{10^{n+1}}{n+1}}{\frac{10^n}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10 \cdot 10^n \cdot n}{(n+1) \cdot 10^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n}{n+1} = 10$$

$$\rho = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{10}$$

3) Máme interval konvergence (K radu)
 $IK = (x_0 - \rho; x_0 + \rho) = (0 - \frac{1}{10}; 0 + \frac{1}{10}) = (-\frac{1}{10}; \frac{1}{10})$

4) Máme obor konvergence OK radu (akrát vyřešíme konvergen-
 cie v krajních bodech intervalu konvergence)

Konvergenční v krajních bodech existujeme samostatně dle dle
 daného krajního bodu pomocí x do radu

$$\text{pro } x = -\frac{1}{10}: \text{ řada je } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n} \left(-\frac{1}{10} \right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n} \cdot \frac{(-1)^n}{10^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$$

PŘÍKLAD 11

rad KONVERGUJE

pro $x = \frac{1}{10}$: řada je $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n} \left(\frac{1}{10} \right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n} \cdot \frac{1}{10^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
 obrovský interval se v daném bodě
 zmení na nekonečno

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ - PŘÍKLAD 6 $\Rightarrow$ rad DIVERGUJE

obrovský interval se v daném bodě
 obrovský

Obor konvergence $OK = (-\frac{1}{10}; \frac{1}{10})$.