

Teória hromadnej obsluhy

RNDr. Štefan Berežný, PhD.

Katedra matematiky a teoretickej informatiky

07. 11. 2016

MODELY HROMADNEJ OBSLUHY

OBSAH

- 1 Úvod
- 2 Základné prvky a charakteristiky systému hromadnej obsluhy
- 3 Klasifikácia systémov hromadnej obsluhy
- 4 Záver

Modely hromadnej obsluhy

Teória hromadnej obsluhy skúma systémy, v ktorých dochádza k realizácii obsluhy požiadaviek prichádzajúcich do systému hromadnej obsluhy. V takýchto systémoch môže dochádzať k hromadeniu týchto požiadaviek a vytváraniu radov, ktoré je spôsobené obmedzenou kapacitou obsluhy (čakanie požiadaviek na obsluhu).

V systémoch, ktoré sú predmetom štúdia teórie hromadnej obsluhy, môžeme identifikovať prvky dvojitej povahy:

- sú to požiadavky zákazníkov, ktorí vyžadujú obsluhu,
- sú to prvky, ktoré obsluhu poskytujú (obslužné zariadenia, linky, kanály).

Pri skúmaní objektov pomocou modelov hromadnej obsluhy je často cieľom meranie vzájomných väzieb medzi základnými ukazovateľmi charakterizujúcimi kvalitu efektívnosť systému hromadnej obsluhy a nájdenie optimálneho prevádzkového režimu vzhľadom na zvolené kritérium.

Optimalizáciou prevádzkového režimu systémov hromadnej obsluhy môžeme väčšinou podstatne znížiť možnosť vzniku radov, príp. znížiť celkové straty z dôvodu čakania.

Je potrebné sa zaoberať aj ekonomickou stránkou problému. Zníženie pravdepodobnosti vzniku radov je obyčajne spojené s rozšírením kapacity obslužného zariadenia. Preto je nutné určiť optimálnu reláciu medzi stratami z čakania požiadavky na obsluhu a medzi nákladmi na zvýšenie kapacity obsluhy. Vyčíslenie strát a nákladov vznikajúcich v závislosti na prevádzkových režimoch skúmaného systému obsluhy nie je v mnohých prípadoch jednoduchou záležitosťou.

Základné prvky a charakteristiky systému hromadnej obsluhy

- systém hromadnej obsluhy popisujeme matematickým modelom
- vychádzame z analýzy chovania systému hromadnej obsluhy
- špecifikujeme vstupný tok požiadaviek
- zistíme spôsob a mechanizmus obsluhy vstupujúcich požiadaviek
- určíme počet a usporiadanie obsluhujúcich zariadení (režim obsluhy)
- stanovíme disciplínu čakania požiadaviek v radoch
- musíme poznať poradie v akom vstupujú požiadavky do zariadenia obsluhy (režim radov - charakter časov trvania obsluhy)
- sformulujeme odpovedajúci ekonomický model

Dôležitou fázou modelovania systému hromadnej obsluhy je štatistická analýza jeho jednotlivých prvkov. Táto analýza spočíva v získavaní a spracovaní adekvátnych charakterizujúcich údajov, napr.:

- rozdelenie počtu požiadaviek vyžadujúcich obsluhu určitý časový interval
- rozdelenie dôb medzi vstupujúcimi požiadavkami
- rozdelenie dôb trvania obsluhy

Zároveň je nutné štatisticky testovať hypotézu o charaktere rozdelenia odpovedajúcich veličín a predpoklady o režime fungovania skúmaného systému.

Po získaní potrebných štatistických hodnôt, popíšeme chovanie systému hromadnej obsluhy matematickým modelom a vyriešime ho.

Výsledkom jeho riešenia sú hodnoty základných, spravidla priemerných charakteristík. Na základe týchto charakteristík si vieme predstaviť kvalitu a efektívnosť prevádzky modelovaného systému.

Charakteristiky, ktoré zaujímajú predovšetkým zákazníka:

- priemerná doba čakania v rade
- priemerná dĺžka radu
- priemerná doba zotrvania v systéme
- pravdepodobnosť, že zákazník nebude čakať
- pravdepodobnosť, že doba čakania na obsluhu neprekročí určitý vopred daný limit

Z hľadiska prevádzkovateľa systému hromadnej obsluhy sú dôležitými priemernými charakteristikami:

- vyťaženie jednotlivých zariadení obsluhy
- prestoje jednotlivých zariadení obsluhy
- počet alebo podiel požiadaviek čakajúcich na obsluhu

Vstupný tok požiadaviek

Vlastnosti a intenzita vstupného toku majú rozhodujúci vplyv na činnosť systému hromadnej obsluhy a na jeho základné charakteristiky. Vstupný tok požiadaviek môžeme všeobecne charakterizovať ako stochastický proces, lebo požiadavky prichádzajú do systému obsluhy najčastejšie v náhodných okamžikoch, takže dĺžky intervalov medzi ich príchodmi predstavujú hodnoty spojitých náhodných veličín.

Empirické údaje získané zo systému obsluhy, napr. na základe časovej fotky vstupného toku, vyhovujú veľmi často predpokladu *Poissonovho rozdelenia* toku vstupujúcich požiadaviek za určitý interval. Tomuto rozdeleniu počtu požiadaviek zodpovedá *exponenciálne rozdelenie* intervalov medzi ich príchodmi, takže systémy s Poissonovým vstupným tokom sa tiež nazývajú exponenciálne systémy.

V praxi sa stretávame aj s inými zákonmi rozdelenia vstupného toku:

- Erlangovo rozdelenie
- logaritmickeonormálne rozdelenie
- hyperexponenciálne rozdelenie

Riešenie modelov systémov hromadnej obsluhy s iným vstupným tokom požiadaviek než Poissonovým je však analyticky zložitejšie.

Ak je zdroj, z ktorého prichádzajú požiadavky do systému obsluhy obmedzený (konečný), ide o *uzavretý systém*, v opačnom prípade ide o *otvorený systém*. Zdroj požiadaviek sa považuje v praktických úlohách za neobmedzený aj v prípade, že nie je možné s istotou určiť, koľko požiadaviek si môže vyžiadať obsluhu.

Doba trvania obsluhy

Pri modelovaní systému hromadnej obsluhy musíme popísať aj dobu trvania obsluhy jednotlivých požiadaviek. Dobu obsluhy jednotlivých požiadaviek ovplyvňuje veľa náhodných faktorov, takže ju môžeme taktiež pokladať za náhodnú veličinu. Empiricky zistené rozdelenie časov trvania obsluhy sa obvykle riadi tiež *exponenciálnym zákonom rozdelenia*.

Disciplína čkania v rade

Podľa trpezlivosti požiadaviek vyžadujúcich obsluhu sa delia systémy hromadnej obsluhy na:

- systémy bez čakania
- systémy s čakaním

V systéme bez čakania požiadavka do systému nevstúpi, ak všetky zariadenia obsluhy sú obsadené. Požiadavka rezignuje na obsluhu.

V systémoch s čakaním, každá požiadavka, ktorá vstúpi do systému, trpezlivo čaká a opustí systém až po ukončení obsluhy, alebo čaká aspoň určitú dobu, a až potom, keď nie je počas určitej doby obslúžená, tak opúšťa systém.

Medzi systémy obsluhy s čakaním patria nasledujúce systémy:

- systémy s neobmedzenou dĺžkou radu (kapacitou systému)
- systémy s obmedzenou dĺžkou radu (kapacitou systému)

Ak je počet miest v rade a teda v systéme obmedzený, potom pri ich plnom obsadení nie je ďalším prichádzajúcim požiadavkám do systému poskytnutá obsluha.

Pri neobmedzenej dĺžke radu sú všetky požiadavky, ktoré prichádzajú do systému a sú ochotné čakať, obslužené.

Systémy hromadnej obsluhy, v ktorých nie sú z rôznych dôvodov obslužené všetky prichádzajúce požiadavky, sa nazývajú *systémy so stratami*. Sú to systémy bez čakania, systémy s čakaním, avšak s obmedzenou kapacitou alebo s netrpezlivosťou požiadaviek počas čakania v rade.

Režim radu

Spôsob, akým sa požiadavky vstupujúce do systému radia do radu, resp. poradie, v ktorom sú čakajúce požiadavky obsluhované, charakterizujú tzv. režim radu.

Zväčša sú požiadavky obsluhované v pevne stanovenom poradí. Systémy obsluhy s pevne stanoveným poradím sa označujú ako systémy s usporiadaným radom. Spôsob obsluhy požiadaviek môže byť:

- v rovnakom poradí, v akom vstúpili do systému (FIFO)
- v obrátenom poradí, než v akom prichádzali do systému (LIFO)
- FIFO – je skratka z anglického výrazu *first in, first out*
- LIFO – je skratka z anglického výrazu *last in, first out*

Ak nie je stanovené pevné poradie vstupu požiadaviek do obsluhy, môžeme vyberať požiadavky k obsluhu:

- s prihliadnutím na dôležitosť požiadavky resp. naliehavosť ich obsluhy, ktorá je vyjadrená rôznym stupňom priority (PRI)
- bez prihliadania na ich dôležitosť, priradenie požiadavky k obsluhu je úplne náhodne, t.j. bez akýchkoľvek vopred daných pravidiel (SIRO)
- PRI – je skratka z anglického výrazu *prioroty*, hovoríme o *systémoch s prioritami*
- SIRO – je skratka z anglického výrazu *selection in random order*, hovoríme o systémoch s neusporiadaným radom

Apriórne priority: jednotlivé druhy priorít poznáme pred vstupom požiadaviek do systému

Aposteriórne priority: priority priradzuje samotný systém počas čakania požiadaviek na obsluhu

V systémoch s prioritami rozlišujeme tiež priority *relatívne* a *absolútne*.

Relatívna priorita: zaisťuje zvýhodneným požiadavkám prednostnú obsluhu pred požiadavkami s nižšou prioritou alebo bez priority. Požiadavka s určitým stupňom relatívnej priority je pri všetkých obsadených zariadeniach obslužená, ako náhle sa uvoľní niektoré miesto v obsluhu

Absolútna priorita: znamená, že preferovaná požiadavka je okamžite obslužená aj za cenu prerušenia už prebiehajúcej obsluhy inej požiadavky s nižšou prioritou

Z hľadiska počtu radov, ktoré sa v systéme vytvárajú, rozlišujeme nasledujúce systémy:

- systémy s jedným radom pre všetky zariadenia obsluhy
- systémy s viacerými radmi, kedy pre každé obslužné zariadenie existuje spravidla zvláštny rad

V systémoch s viacerými radmi je zvyčajne možno počas čakania na obsluhu prechádzať z jedného radu do iného radu.

Režim obsluhy

Počet a usporiadanie obslužných zariadení je ďalším faktorom, na ktorom závisí efektívnosť prevádzky systému hromadnej obsluhy.

Jednokanálový systém obsluhy: obsluha prebieha iba v jednom obslužnom zariadení, hovoríme o *systéme s jednoduchou obsluhou*

Viackanálový systém obsluhy: je možné obsluhovať súčasne niekoľko požiadaviek, ide o *systém s viacnásobnou obsluhou*

Adaptabilní systém obsluhy: počet miest v obsluhuje nie je pevný, ale môže sa meniť, napr. úmerne dĺžke radu

V systémoch s viacerými zariadeniami obsluhy sa v praxi stretávame:

- *s paralelne usporiadanými kanálmi*
- *s kanálmi riadenými sériovo*

Za sebou zaradené zariadenia obsluhy sa vyskytujú v systémoch menej často a sú to systémy s viacfázovým alebo s Erlangovým režimom obsluhy, keď požiadavky prechádzajú postupne niekoľkými rôznorodými zariadeniami obsluhy.

Pri riešení reálnych úloh hromadnej obsluhy sa stretávame s tým, že vystihnúť podstatných rysov skúmaného systému modelom vyžaduje popísať aj niektoré ďalšie špecifické vlastnosti systému:

- meniaci sa trpezlivosť požiadaviek v závislosti na dobe čakania v rade
- premenlivá priemerná intenzita vstupného toku
- nerovnorodosť požiadaviek alebo obsluhujúcich zariadení
- skupinovo vstupujúce požiadavky

Stanovenie základných charakteristík kvality a efektívnosti zložitejších systémov hromadnej obsluhy analytickým spôsobom je spravidla ťažké a v niektorých prípadoch je nutné použiť postupy založené na stimulačných metódach.

V ďalšej teórii sa obmedzíme na popis a skúmanie základných typov systémov hromadnej obsluhy, ktorých matematické modely je možné riešiť analyticky.

V praktických úlohách rozlišujeme, či skúmaný systém obsluhy je už v prevádzke alebo sa práve projektuje.

V prvom prípade pôjde o to, aby sme na základe analýzy skvalitnili fungovanie systému hromadnej obsluhy resp. zlepšili jeho organizáciu a riadenie, takže napríklad znížime celkové straty v systéme alebo skrátime dobu obsluhy jednej jednotky a pod.

V druhom prípade sa snažíme odhadnúť s určitou pravdepodobnosťou kvalitatívne charakteristiky systému, pričom vychádzame z rôznych variant jeho budúcej kapacity a z podmienok, v ktorých bude fungovať. Zároveň je potrebné skúmať pravdepodobnosť vzniku nežiaducich situácií v systéme hromadnej obsluhy ako sú napr. rast dĺžky radu alebo čakacej doby v rade nad vopred danú hranicu.

Klasifikácia systémov hromadnej obsluhy

Konkrétne systémy hromadnej obsluhy, popísané vyčerpávajúcim spôsobom na základe špecifikácie ich základných prvkov, je možné klasifikovať z rôznych hľadísk. Najčastejšie používanými kritériami sú charakter a typ rozdelenia vstupného toku požiadaviek, charakter a typ rozdelenia časov obsluhy, režim a štruktúra obsluhy, disciplína čakania a počet miest v rade a režim radu. Bežne používaná štandardná klasifikácia základných typov systémov hromadnej obsluhy bola navrhnutá D. G. Kendallem, Používa trojmiestny kód, založený na kombinácii dvoch písmen a jednej číslici v rade

$$A/B/s,$$

kde prvé písmeno A označuje rozdelenie intervalov medzi príchodmi požiadaviek, druhé písmeno B slúži na označenie rozdelení časov trvania obsluhy a písmeno s udáva počet paralelných zariadení obsluhy v systéme.

Obvykle sa pre typ rozdelenia intervalov medzi príchodmi, resp. rozdelenie časov obsluhy používajú tieto symboly:

D – deterministické rozdelenie

M – exponenciálne rozdelenie (Markovovho typu)

E – Erlangovo k -fázové rozdelenie

GJ – všeobecné nezávislé rozdelenie

G – všeobecné rozdelenie

Napríklad označenie $M/M/1$ znamená, že ide o najjednoduchší systém hromadnej obsluhy s exponenciálnym rozdelením intervalov medzi príchodmi požiadaviek aj časov obsluhy s jedným obsluhujúcim zariadením.

Podobne systém typu $D/E/2$ je jednokanálový s pravidelným (deterministickým) vstupným tokom požiadaviek a s dvojfázovým Erlangovým rozdelením časov trvania obsluhy.

Okrem trojmiestneho kódu sa niekedy používa aj rozšírený päťmiestny kód typu:

$$A/B/s/x/y,$$

kde prvé písmeno A označuje rozdelenie intervalov medzi príchodmi požiadaviek, druhé písmeno B slúži na označenie rozdelení časov trvania obsluhy, s udáva počet paralelných zariadení obsluhy v systéme, x označuje maximálny počet miest v systéme a y režim radu.

Menej často sa vyskytuje päťmiestny kód, v ktorom x znamená počet miest v rade a y veľkosť zdroja požiadaviek.

Ak je niektorý z deskriptorov x alebo y vynechaný, predpokladá sa, že jeho hodnota je nekonečne veľká (t.j. ∞).

Pri modelovaní systémov hromadnej obsluhy sa často uplatňujú pri stochastických procesoch predovšetkým Markovovské procesy so spojitým časom a s nespojitými stavmi. Ide o relatívne jednoduché procesy, lebo prechody medzi stavmi sú veľmi obmedzené.

Predpokladá sa, že prechody z ľubovoľného stavu S , sú možné iba do susedných stavov. Prechod zo stavu S do stavu o jedna väčšom znamená príchod jednej požiadavky do systému obsluhy a podobne prechod zo stavu S , do stavu o jedna menšom znamená výstup jednej požiadavky zo systému po ukončení obsluhy.

Ak sa nachádza v systéme obsluhy v ľubovoľnom okamžiku práve n požiadaviek alebo systém je v stave S , pravdepodobnosti prechodov medzi susednými stavmi systému sú nezávislé na čase a závisia iba na stave S (homogénny proces).

Košice, 27. 10. 2021

Oznámenie o skončení prednášky

Týmto by som Vám chcel oznámiť, že prednáška sa blíži ku koncu.

Váš prednášajúci.